

A Baktay Ervin Gimnázium emelt szintű matematika tanterve a 11-12. évfolyamok számára

| | 11. | 12. |
|--------------|-----|-----|
| heti óraszám | 6 | 6 |
| éves óraszám | 216 | 180 |

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző- és összegzőképesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit is így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az emelt szintű matematika csoportban tanuló diákok nagy részétől elvárható, hogy emelt szintű érettségi vizsgát tegyen, ezért az elsődleges cél a sikeres vizsga letételére való felkészítés. Az ilyen csoportokba járó tanulók zöme feltételezhetően olyan egyetemre, főiskolára fog kerülni, ahol a matematikát mint elméleti és/vagy mint alkalmazott tudományt fogják tanulni. Ezért a logikát fejlesztő feladatok mellett fel kell készíteni olyan ismeretekre is őket, melyek későbbi tanulmányaikat elősegíthetik. Ezek a célkitűzések csak akkor érhetők el, ha a tanulók külön csoportban tanulnak a heti 6 tanítási órán.

A matematikát szerető, a matematikai problémák iránt érdeklődő tanulók számára érdekes, nehezebb, gondolkodtatóbb feladatok, problémák kitűzésével, a különböző megoldási lehetőségek, diszkussziók megbeszélésével a matematika iránti érdeklődést (esetleg a későbbiekben a matematikussá válást) tudatosan fejlesztjük.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A fejlesztés eredményeként a kétéves periódus végére elvárható, hogy emelt szinten, a szóbeli vizsgán szabatosan, összefüggően tudják magukat kifejezni.

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 1. Gondolkodási és megismerési módszerek | Órakeret 25 óra |
|--------------------------------------|--|--------------------|
| Előzetes tudás | Sorbarendezési, leszámplálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. | |

| | | |
|--|---|--|
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Megosztott figyelem fejlesztése. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Feladatmegoldási rutin mélyítése. Definíciók, jelölések használata – az emlékezet fejlesztése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése. | |
| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
| Kombinatorika. Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül és ismétléssel Jelek használata: $n!$, $\binom{n}{k}$. Binomiális együtthatók, egyszerű tulajdonságaik. Pascal-háromszög és tulajdonságai. Binomiális tétel. <i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal, Erdős Pál. | Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában. | <i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika |
| Gráfok. Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. Néhány probléma ábrázolása gráfokkal. Vonalak, körök, utak (séta, vonal, út, kör). Euler-vonal. Euler-körvonal. Hamilton-kör. Hamilton-út. Fagráfok. <i>Matematikatörténet:</i> Euler. | Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése. | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Permutáció, variáció, kombináció, gráf. | |

| | | |
|---|---|----------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számтан, algebra | Órakeret 40 óra |
| Előzetes tudás | Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak | |

| | kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás). | |
|---|--|---|
| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
| n-edik gyök fogalma. A négyzetgyök fogalmának általánosítása. A gyökkvonás azonosságai. | A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása. Páros és páratlan gyökkitevő. Bevitel a gyökjel alá. Kivitel a gyökjel alól. A szerkeszthetőség néhány kérdése. | |
| Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén. A hatványfogalom kiterjesztése irracionális kitevőre. | Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása. | |
| Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására. | Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása. | |
| Exponenciális egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek. | Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás). | <i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák - demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás. |
| A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében). | Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása. | <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények. |
| Zsebszámológép használata, táblázat használata. | Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás. | <i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok. |
| A logaritmus azonosságai és az azonosságok bizonyítása. Áttérés más alapú logaritmusra. | A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése. A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására. Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kétirányú alkalmazásánál. | |
| Logaritmikus egyenletek egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Megoldás a definíció és az | Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: | <i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. |

| | | |
|---|---|---|
| azonosságok alkalmazásával. | befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás). Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmusos egyenleteknél. | <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet. |
| Paraméteres exponenciális és logaritmusos egyenletek. | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | n-edik gyök. Racionális és irracionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus. Exponenciális és logaritmusos egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 3. Összefüggések, függvények, sorozatok | | Órakeret 50 óra |
|--|--|--|--------------------|
| Előzetes tudás | Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. | | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Sorozat vizsgálata; rekurzio, képletek értelmezése. Ismerethordozók használata. | | |
| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok | |
| Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények. | A kiterjesztés szükségességének, alap gondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése. | <i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS. | |
| A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Függvényvizsgálat. | Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint. | <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. | |
| Az exponenciális függvények. | Függvényábrázolás, függvényjellemezés, függvénytranszformációk. | | |
| Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban. | Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.). | <i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai. | |

| | | |
|---|--|--|
| | | <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességsökkenés az öregedő Európában. |
| A logaritmusfüggvények vizsgálata. | Függvényábrázolás, függvényjellemezés, függvénytranszformációk. | |
| Inverz függvények. | Függvény és inverze grafikonjának ábrázolása a koordinátarendszerben. | |
| Összetett függvények értelmezése. | Példa nem kommutatív tulajdonságú függvényekre. | |
| A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci sorozat – aranymetszés. <i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i> | Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése. Rekurzív sorozat n-edik elemének megadása. | <i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése. |
| Sorozatok tulajdonságai: korlátosság, monotonitás. | Definíciók pontos ismerete. Konkrét sorozatok tulajdonságainak megsejtése a szemlélet útján, illetve ezek bizonyítása a definíciók felhasználásával. | |
| Konvergens sorozatok. Egy adott pont r sugarú környezete. Küszöbszám kiszámítása. | A sorozat határértékének definíciója. Konvergens, tágabb értelemben vett konvergens és divergens sorozatok vizsgálata. | |
| Konvergenca, monotonitás és korlátosság kapcsolata. | Sorozatok tulajdonságainak megállapítása alkalmas tételek felhasználásával. Szükséges és elégséges feltétel felismerése. | |
| Műveletek konvergens sorozatokkal. | Sorozatok összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának konvergenciája és határértéke – bizonyítás, meghatározás. | |
| Nevezetes sorozatok határértéke. | q^n és $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ sorozatok határértékének megsejtése és ismerete. | |
| Cantor-axióma. <i>Matematikatörténet: axióma és tétel</i> | Az axióma nyújtotta lehetőségek megismerése: az irracionális számok | |

| | | |
|---|--|---|
| közötti különbség. | megalkotása, vagy terület- és térfogatszámításnál összefüggések bizonyítása. | |
| Számtani sorozat. A számtani sorozat n-edik tagja. A számtani sorozat első n tagjának összege. <i>Matematikatörténet: Gauss.</i> | A számtani sorozat általános tagjára vonatkozó összefüggés bizonyítása. Az összegképlet bizonyítása. A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. | |
| Mértani sorozat. A mértani sorozat n-edik tagja. A mértani sorozat első n tagjának összege. | A mértani sorozat általános tagjára vonatkozó összefüggés bizonyítása. Az összegképlet bizonyítása. A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása. | <i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: exponenciális folyamatok vizsgálata.</i> |
| Végtelen mértani sor. <i>Matematikatörténet: Zénon-paradoxonok.</i> Pl. Arisztotelész, Viète, Fejér Lipót, Riesz Frigyes eredményei a matematikának ezen a területén. | A végtelen mértani sor összegének meghatározása és alkalmazása geometriai feladatokban, szakaszos tizedes törtek közönséges törtté alakításában. | <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; filozófia: az emberi megismerés lehetőségei, a tapasztalat és a tudomány összhangja. A tudomány fejlődése.</i> |
| Kamatoskamat-számítás. | Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása. | <i>Földrajz: a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai.</i> <i>Technika, életvitel és gyakorlat: hitel – adósság – eladósodás.</i> <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.</i> |

| | | |
|--------------------------------|--|--|
| | | Magyar nyelv és irodalom: szövegértés. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat. Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, rekurzív sorozat. Végtelen mértani sor. Korlátos sorozat, monoton sorozat, konvergens sorozat, divergens sorozat, küszöbszám. Axióma. Tőkésítés, kamat, kamatperiódus, EBKM, gyűjtőjárdék, járadék, hitel, törlesztőrészlet, THM, diákhitel. | |

| | | |
|---|--|----------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Geometria | Órakeret 85 óra |
| Előzetes tudás | Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása. | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|---|---|--|
| Szinusztétel, koszinusztétel. | A tételek pontos kimondása, bizonyítása. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Általános háromszög adatainak meghatározása. Egyértelműség vizsgálata. Szög, távolság, terület meghatározása. Bizonyítási feladatok. | <i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS. |
| Síkidomok kerületének és területének számítása. | Ismeretek alkalmazása. | <i>Földrajz:</i> felszínszámítás. |
| Szögfüggvények közötti összefüggések. Addíciós tételek: két szög összegének és különbségének szögfüggvényei, egy szög kétszeresének szögfüggvényei, félszögek szögfüggvényei, két szög összegének és különbségének szorzattá alakítása. | A trigonometrikus azonosságok használata, több lehetőség közül a legalkalmasabb összefüggés megtalálása. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. Trigonometrikus kifejezések értékének meghatározása. Háromszögekre vonatkozó feladatok addíciós tételekkel. | |
| Trigonometrikus egyenletek. (Ekvivalens átalakítások.) Trigonometrikus | A problémához hasonló egyszerű probléma keresése. | <i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, |

| | | |
|---|---|---|
| <p>egyenlőtlenségek. Trigonometrikus egyenletrendszerek. Paraméteres trigonometrikus feladatok. Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata.</p> | | <p>gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.</p> |
| <p>Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése, meghatározása.</p> | | |
| <p>Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.</p> | <p>A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése. A skaláris szorzat alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban.</p> | <p><i>Fizika:</i> mechanikai munka, mágneses fluxus.</p> |
| <p>Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.</p> | <p>A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése. Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével.</p> | <p><i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képzőanyag (hologram).</p> |
| <p>A helyvektor koordinátái. Vektor abszolút értékének kiszámítása. Két pont távolságának kiszámítása. Két vektor hajlásszöge.</p> | <p>Képletek értelmezése, alkalmazása. A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Skaláris szorzat használata.</p> | <p><i>Fizika:</i> hely megadása.</p> |
| <p>Szakasz osztópontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái.</p> | <p>Szakasz felezőpontja és harmadoló pontjai koordinátáinak kiszámítására vonatkozó összefüggések igazolása. A háromszög súlypontjának koordinátáira vonatkozó összefüggést bizonyítása. Elemi geometriai ismeretek alkalmazása vektorok használata, koordináták számolása.</p> | <p><i>Fizika:</i> ponthalmazok tömegközéppontja.</p> |
| <p>Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránztangens. Az egyenes egyenletei. Adott pontra illeszkedő, adott normálvektorú egyenes egyenlete. Adott pontra illeszkedő, adott irányvektorú egyenes egyenlete síkban. Iránytényező egyenlet. Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele.</p> | <p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. A különböző jellemzők közötti kapcsolat értéke, használata. Az egyenes egyenletének levezetése különböző kiindulási adatokból a síkban. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata. A feladathoz alkalmas egyenlettípus</p> | <p><i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram). <i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.</p> |

| | | |
|---|---|---|
| <p>Két egyenes metszéspontja. Két egyenes hajlásszöge.</p> | <p>kiválasztása. Skaláris szorzat használata.</p> | |
| <p>A kör egyenlete. Kör és egyenes kölcsönös helyzete. A kör érintőjének egyenlete. Két kör kölcsönös helyzetének meghatározása, metszéspontjainak felírása. Külső pontból húzott érintő egyenletének felírása. Két kör közös érintőinek egyenlete.</p> | <p>A kör egyenletének levezetése. A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet kapcsolata. Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása). A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió. Szerkeszthetőségi kérdések.</p> | <p><i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).</p> |
| <p>A parabola tengelyponti egyenlete. A parabola és a másodfokú függvény. A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete.</p> | <p>A parabola $x^2 = 2py$ alakú egyenletének levezetése. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió. Feladatok a koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabolákra.</p> | <p><i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram). <i>Fizika:</i> geometriai optika, fényszóró, visszapillantó tükör.</p> |
| <p>Összetett feladatok megoldása paraméter segítségével vagy a szerkesztés menetének követésével. Mértani helyek keresése. Pontthalmazok a koordinátásíkon.</p> | <p>Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek.</p> | <p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája.</p> |
| <p>Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek, kúpszerű testek, csonka testek. Gömb.</p> | <p>A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).</p> | <p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program). <i>Vizuális kultúra:</i> axonometria. <i>Művészetek:</i> szimmetriák <i>Kémia:</i> kristályok.</p> |
| <p>Felszín- és térfogatszámítás eddig tanult részeinek áttekintése. <i>Matematikatörténet:</i> Cavalieri, Archimédész, piramisépítés.</p> | <p>Testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése, különféle síkmetszetek lerajzolása. Adott tárgy több nézőpontból való elképzelése, vetületek megrajzolása.</p> | <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> a mindennapjainkban előforduló térbeli alakzatok modellje, absztrakciója. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai</p> |

| | | |
|---|--|--|
| | | szimulációs program). <i>Vizuális kultúra:</i> építészet. |
| Csonka gúla, csonka kúp felszíne és térfogata. | A középpontos hasonlóság tulajdonságainak felhasználása a képletek levezetésénél. | |
| A gömb felszíne és térfogata. | | |
| Egymásba írt testek felszínének, térfogatának vizsgálata. Térgeometriai ismeretek alkalmazása. | Térgeometria a mindennapjainkban. | <i>Biológia-egészségtan:</i> vérkeringéssel kapcsolatos számítási feladatok. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő ponthalmaz. Felszín, térfogat. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 5. Valószínűség, statisztika | | Órakeret 30 óra |
|--|---|---|----------------------------|
| Előzetes tudás | A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek. | | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése. | | |
| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok | |
| Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre. | A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása. | <i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel. | |
| Véletlen esemény, valószínűség. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül. | A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata. | | |
| A valószínűség klasszikus modellje. A valószínűségszámítás axiómái. <i>Matematikatörténet:</i> Rényi Alfréd: Levelek a | A modell és a valóság kapcsolata. A matematika épülésének elvei, az axiómákra alapuló tételek és bizonyításuk megértése, reprodukálása. | | |

| | | |
|--|---|--|
| valószínűségről. | | |
| Egyszerű valószínűség-számítási problémák. | Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása. | <i>Fizika:</i> az úrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége. |
| A binomiális és hipergeometrikus eloszlás. Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel. | A problémához illeszthető modell választása. Az adott eloszlások szórásának, várható értékének vizsgálata konkrét példákon keresztül. | <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. |
| Statisztikai mintavétel. Reprezentatív mintavétel. | Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényegének megértése. | <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások. |
| Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal. | A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására. | <i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. Szórás. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 6. Folytonosság, differenciálszámítás | | Órakeret 50 óra |
|---|--|--|--------------------|
| Előzetes tudás | Függvények megadása, értelmezési tartomány, értékészlet. Függvények jellemzése: zérushely, korlátosság, szélsőérték, monotonitás, paritás, periodicitás. Sorozatok határértéke. | | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Megismerkedés a függvények vizsgálatának új módszerével. A függvény folytonossága és határértéke fogalmának megalapozása. A differenciálszámítás módszereinek használata a függvények lokális és globális tulajdonságainak vizsgálatára. A matematikán kívüli területeken – fizika, közgazdaságtan – is alkalmazások keresése. | | |
| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok | |
| A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése. | Korábbi ismeretek rendszerező ismételése. | <i>Informatika:</i> számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására. | |
| A függvények folytonossága. Intervallumon folytonos függvények. | Példák folytonos és nem folytonos függvényekre. A folytonosság definíciói. Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai. | <i>Fizika:</i> példák folytonos és diszkrét mennyiségekre. | |
| Függvény határértéke. Függvények véges helyen vett | A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések. | <i>Informatika:</i> a határérték számítógépes | |

| | | |
|--|--|--|
| <p>véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke. A sorozatok és a függvények határértékének kapcsolata. A $\frac{\sin x}{x}$ függvény vizsgálata, az x = 0 helyen vett határértéke.</p> | | <p>becslése. <i>Fizika:</i> felhasználás $\sin x$, illetve $\operatorname{tg} x$ közelítésére kis szög esetében.</p> |
| <p>Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére.</p> | <p>A függvénygörbe érintőjének iránytangense. A pillanatnyi sebesség meghatározása.</p> | <p><i>Fizika:</i> Az út-idő függvény és a pillanatnyi sebesség kapcsolata. A fluxus és az indukált feszültség kapcsolata. <i>Biológia-egészségtan:</i> populáció növekedésének átlagos sebessége.</p> |
| <p>Alapfüggvények deriváltja: Konstans függvény, x^n, trigonometrikus függvények deriváltja. Műveletek differenciálható függvényekkel. Exponenciális és logaritmusfüggvény deriváltja. Magasabb rendű deriváltak. <i>Matematikatörténet:</i> Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass.</p> | <p>A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény. Példák nem differenciálható függvényekre is. Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között. Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja. Inverz függvény deriváltja.</p> | <p><i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás kitérése, sebessége, gyorsulása – ezek kapcsolata.</p> |
| <p>A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata. Középértéktételek. L'Hospital-szabály.</p> | <p>Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény. Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása. Rolle- és Lagrange-tétel.</p> | <p><i>Fizika:</i> fizikai tartalmú függvények (pl. út-idő, sebesség-idő) deriváltjainak jelentése.</p> |
| <p>Konvexitás vizsgálata deriválással.</p> | <p>A konvexitás definíciója. Inflexiós pont. A második derivált és a konvexitás kapcsolata.</p> | |
| <p>Függvényvizsgálat differenciálszámítással.</p> | <p>Összevetés az elemi módszerekkel.</p> | |
| <p>Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása.</p> | <p>A differenciálszámítás és az elemi módszerek összevetése.</p> | <p><i>Fizika:</i> Fermat-elv, Snellius–Descartes-törvény. Fizikai jellegű szélsőérték-problémák.</p> |

| | |
|------------------------------------|--|
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Függvényfolytonosság, -határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabb rendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény. |
|------------------------------------|--|

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 7. Integrálszámítás | | Órakeret 46 óra |
|--|---|---|--------------------|
| Előzetes tudás | Folytonos függvények fogalma. Sorozatok, véges sorok. Differenciálási szabályok ismerete. | | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Az integrálszámítás módszereivel találkozáva a közelítő módszerek ismeretének bővítése. A függvény alatti terület alkalmazásai a matematika és a fizika több területén. | | |
| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok | |
| Bevezető feladatok az integrál fogalmához. | Függvény grafikonja alatti terület. A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület. A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján. | | |
| Alsó és felső közelítő összegek. A határozott integrál fogalma, jelölése. A határozott integrál és a terület kapcsolata. <i>Matematikatörténet:</i> Bernhard Riemann. | Beírt és körülírt téglalapok területének összegzése. | <i>Informatika:</i> számítógépes szoftver használata. | |
| Az integrálfüggvény értelmezése. | A differenciálhányados és az integrál közötti kapcsolat felfedezése. | | |
| A primitívfüggvény és a határozott integrál fogalma és tulajdonságai. | Alapintegrálok megsejtése, alkalmazása. | | |
| Integrálási módszerek. | Módszer megismerése az $f(ax + b)$ és az $f'(x) \cdot f(x)$ alakú függvények integrálására. | | |
| Newton-Leibniz tétel. <i>Matematikatörténet:</i> Newton munkássága. | A határozott integrál kiszámítása és alkalmazása területszámításra, térfogatszámításra. | <i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás, harmonikus rezgőmozgás, a végzett munka. | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Alsó és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel. Forgástest térfogata. | | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | Rendszerező összefoglalás | Órakeret 70 óra |
|--------------------------------------|-----------------------------------|--------------------|
| Előzetes tudás | A középiskolai matematika anyaga. | |

| | | |
|---|---|---|
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése. | |
| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
| <i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> | | |
| Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai. Végtelen halmazok elmélete, számosságok. | A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer). | |
| Állítások logikai értéke. Logikai műveletek. | Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése. | <i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez. <i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata. |
| A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata. | Halmazok eszközjellegű használata. | |
| Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása. | Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során. | |
| Bizonyítási módszerek. | Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Teljes indukció. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése. | <i>Filozófia:</i> szillogizmusok. |
| Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal. | Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal. | |
| Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok. | Alkalmazás, elemzés problémamegoldása során. | |

| | | |
|---|---|---|
| Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel. | | |
| <i>Számтан, algebra</i> | | |
| Gyakorlati számítások. | Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés. | <i>Technika, életvitel és gyakorlat: alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.</i> |
| Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok. | Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján. | <i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata</i> |
| Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése. | Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után új módszer keresése, alkalmazása. | |
| Lineáris és lineárisra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek. Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek. Exponenciális és logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek. | Tanult egyenlettípusok, egyenlőtlenségtípusok és egyenletrendszerek önálló megoldása. A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása. | |
| Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és | Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, | <i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz;</i> |

| | | |
|---|---|--|
| szöveges feladatok. | vizsgálatok a modellben, ellenőrzés. | <i>történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i> |
| <i>Függvények, sorozatok, az analízis elemei</i> | | |
| A függvény megadása. A függvények tulajdonságai. | Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai. | |
| A tanult alapfüggvények ismerete. | Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése). | |
| Függvénytranszformációk. | Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk. | |
| Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint. | Emlékezés, ismeretek mozgósítása. | |
| | Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében. | <i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i> |
| A sorozat fogalma. Számítani, mértani sorozat. Sorozatok monotonitása, konvergenciája. A végtelen mértani sor. | Emlékezés, ismeretek mozgósítása. | |
| Függvények korlátossága és monotonitása. Függvény határértéke, folytonossága. | | <i>Fizika: Az analízis alkalmazásai a fizikában. A matematika és a fizika kölcsönhatása az analízis módszereinek kialakulásában.</i> |
| Differenciálhányados, derivált függvény. Differenciálási szabályok. L'Hospital-szabály. Függvényvizsgálat differenciálás segítségével. Szélsőérték-meghatározási módok. | | |
| A tanult függvények primitív függvényei. Integrálási módszerek. A határozott integrál. Newton–Leibniz-tétel. | | |

| | | |
|---|---|--|
| A határozott integrál alkalmazásai. | | |
| <i>Geometria</i> | | |
| Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok. | | |
| Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása. | Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása. | |
| Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál. | | |
| Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák. | Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben. | <i>Művészetek:</i> szimmetriák, arany metszés. <i>Informatika:</i> számítógépes geometriai programok használata. |
| Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések. | Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása. | |
| Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai. | Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. | |
| Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok. | | |
| Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig. | | |
| Vektorok alkalmazásai. | | |
| Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Parabola egyenlete. Két alakzat közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák. | Geometria és algebra összekapcsolása. | |

| <i>Valószínűség-számítás, statisztika</i> | | |
|---|--|--|
| Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás. | Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése. | <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése. |
| Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. | A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése. | <i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor. |

| | |
|---|---|
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.</p> |
|---|---|

| | |
|--|---|
| <p>A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén</p> | <p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani – A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is. <p><i>Számтан, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése. – Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. – A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával. – Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban. <p><i>Függvények, sorozatok, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Exponenciális, logaritmus- és trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése. – Függvénytranszformációk végrehajtása. – Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése. – A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások. Rekurzív sorozatok. – Pénzügyi alapfogalmak ismeret, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése. – Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése. – A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával. – Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló |
|--|---|

| | |
|--|--|
| | <p>kezelésében, szinusz-tétel, koszinusz-tétel alkalmazása.</p> <ul style="list-style-type: none"> – A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban. – A valós problémákhoz geometriai modell alkotása. – Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása. – Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása. – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása. – A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. – A valószínűség matematikai fogalma. – A valószínűség klasszikus kiszámítási módja. – Minta-vétel és valószínűség. – A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni. – Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét. <p><i>Összességében</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat. – Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat. – Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni. – Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket. – Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni. – A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket. – A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. – A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége. – A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire. |
|--|--|

11. évfolyam

Továbbhaladás feltételei

Jártas alapvető kombinatorikus gondolatmenetek alkalmazásában, képes ennek segítségével gyakorlati sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldására.

Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, jelentőségét, sokoldalú felhasználhatóságuk néhány területét.

Képes további felhasználási lehetőségek felismerésére a gyakorlati életben és más tudományágakban.

Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait.

Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat.

Képes megoldani exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket, egyenlőtlenségeket, egyenletrendszereket.

Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték) illetően. Használja a konvexség és konkávság fogalmát függvények jellemzésére. Képes megoldani egyszerűbb másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatokat.

Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).

Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.

Függvénytáblázat segítségével tudja alkalmazni egyszerűbb feladatokban az addíciós összefüggéseket.

Képes vektorok koordinátaival számolni.

Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának és harmadolópontjának koordinátáit.

Fel tudja írni különböző adatokkal meghatározott egyenesek egyenletét.

Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.

Ismeri egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit.

Fel tudja írni a kör egyenletét.

Tudja vizsgálni kör és egyenes; két kör kölcsönös helyzetét.

Ismeri és fel tudja írni a parabola egyenletét a koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabolákra.

Képes valószínűségi feladatok megoldására.

Ismeri és megfelelően alkalmazza a binomiális és a hipergeometriai elosztást.

Ismeri a sorozatokkal kapcsolatos jellemző fogalmakat. Tud sorozat határértéket meghatározni.

Ismeri a függvény folytonosság és differenciálhatóság fogalmát. Alkalmazza a deriválási szabályokat.

Képes a differenciálszámítás alapelemeivel függvények ábrázolására és jellemzésére.

12. évfolyam

Továbbhaladás feltételei

Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.

Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.

Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.

Ismeri és megfelelően alkalmazza a kijelentés (állítás, ítélet) fogalmát.

Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.

Képes definíciókat és tételeket pontosan megfogalmazni.

Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.

Tud kombinatorikai feladatokat megoldani. Ismeri és alkalmazza a binomiális tételt.

Tud konkrét szituációkat szemléltetni és feladatokat megoldani gráfok segítségével.
Tud prímtényező felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával feladatokat megoldani.
Ismeri a való számkör felépítését.
Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
Ismeri és alkalmazza a négyzetgyökvonás azonosságait.
Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
Képes abszolútértékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket, egyenlőtlenségeket és egyenletrendszereket megoldani.
Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
Képes jellemezni grafikonnal megadott függvényeket.
Ismeri a mértani és számtani sorozat és a mértani sor tulajdonságait.
Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
Ismeri a sorozatok alapvető jellemzőit, képes konvergens sorozatok határértékét meghatározni.
Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket, módszereket feladatokban.
Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével. Függvénytáblázat segítségével tudja alkalmazni egyszerűbb feladatokban az addíciós összefüggéseket.
Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
Tudja a differencia- és differenciálhányados definícióját.
Alkalmazza a differenciálszámítást érintő egyenletének felírására, szélsőérték-feladatok megoldására, polinomfüggvények vizsgálatára.
Ismeri folytonos függvényekre a határozott integrál szemléletes fogalmát és tulajdonságait.
Ismeri a kétoldali közelítés módszerét, az integrálfüggvény fogalmát, a primitív függvény fogalmát, a Newton-Leibniz-tételt.
Tudja polinomfüggvények, illetve a szinusz és koszinusz függvény grafikonja alatti területet számolni.
Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
Jól alkalmazza a klasszikus valószínűség-számítási modellt.