

# A Baktay Ervin Gimnázium alap matematika tanterve

## a 6 évfolyamos gimnáziumi osztályok számára

	7.	8.	9.	10.	11.	12.
heti óraszám	3 cs.	3 cs.	3 cs.	4	4	4
éves óraszám	108	108	108	144	144	120

(cs.: csoportbontásban)

Témakörök	7. évfolyam heti 3 óra	8. évfolyam heti 3 óra
Gondolkodási módszerek.	8.+folyamatosan	10.+folyamatosan
Számтан, algebra	42	33
Függvények, sorozatok	10	15
Geometria	33	32
Statisztika, valószínűség számítás.	6	7
Ismétlés, ellenőrzés	9	11
Összesen	108	108

Témakörök	9. évfolyam heti 3 óra	10. évfolyam heti 4 óra	11. évfolyam heti 4 óra	12. évfolyam heti 4 óra
Gondolkodási módszerek.	10+ folyamatosan	15+ folyamatosan	12+ folyamatosan	10+ folyamatosan
Számтан, algebra	32	50	48	–
Függvények, sorozatok	15	10	20	22
Geometria	31	40	32óra	26
Statisztika, valószínűség számítás.	10	15	18	18
Ismétlés, ellenőrzés	10	14	14	44

<b>Összesen</b>	108	144	144	120
-----------------	-----	-----	-----	-----

A gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok témakör nem csak önálló témakörként jelenik meg, az algebrai és geometriai ismeretanyagban folyamatosan bővül, a feladatokban alkalmazásra kerül.

## **Bevezetés**

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mindinkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A

matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunktól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségeihez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimumproblémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismerteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, illetve a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, illetve pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy

mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A kerettanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzó tanulókat gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen tovább tanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

## 7–8. évfolyam

Az új iskolatípus lehetőséget nyújt arra, hogy pozitív motivációval hozzásegítsünk minden tanulót a matematikai gondolkodás örömeinek megismeréséhez. Tizenhárom éves kortól a tanulók mindinkább általánosító elképzelésekben, elvont konstrukciókban gondolkoznak. Elméleteket gyártanak, összefüggéseket keresnek, próbálják értelmezni a világot. Az iskolai tanítás csak akkor lehet eredményes, ha alkalmazkodik ezekhez a változásokhoz, illetve igyekszik azokat felhasználva fejleszteni a tanulókat. A matematika kiválóan alkalmas arra, hogy a rendszerező képességet és hajlamot fejlessze. Ebben a két évfolyamában mind inkább szükséges matematikai szövegeket értelmezni és alkotni. Segítsük, hogy a tanulók a problémamegoldásaik részeként többféle forrásból legyenek képesek ismereteket szerezni.

Ebben a korban a tanításban már meg kell jelennie az elvonatkoztatás és az absztrakciós készség felhasználásának, fejlesztésének. A matematika tanításában itt jelenik meg a konkrét számok betűkkel való helyettesítése, a tapasztalatok általános megfogalmazása. Ezekben az évfolyamokban már komoly hangsúlyt kell helyeznünk arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon. A definíciókat és a tételeket mind inkább meg kell tudni különböztetni, azokat helyesen kimondani, problémamegoldásban mind többször alkalmazni. A mindennapi élet és a matematika (korosztálynak megfelelő) állításainak igaz vagy hamis voltát el kell tudni dönteni. A feladatok megoldása során fokozatosan kialakul az adatok, feltételek adott feladat megoldásához való szükségessége és elégségessége eldöntésének képessége. A tanítás része, hogy a feladatmegoldás előtt mind gyakrabban tervek, vázlatok készüljenek, majd ezek közül válasszuk ki a legjobbat. Esetenként járunk be több utat a megoldás során, és ennek alapján gondoljuk végig, hogy létezik-e legjobb út, vagy ennek eldöntése csak bizonyos szempontok rögzítése esetén lehetséges. A feladatmegoldások során lehetőséget kell teremteni arra, hogy esetenként a terveket és a munka szervezését a feladatmegoldás közben a tapasztalatoknak megfelelően módosítani lehessen. Egyes feladatok esetén szükséges általánosabb eljárási módokat, algoritmusokat keresni.

A matematika egyes területei más-más módon adnak lehetőséget ebben az életkorban az egyes kompetenciák fejlesztésére. A különböző matematikatanítási módszerek minden tananyagrészen segíthetik a megfelelő önismeret, a helyes énkép kialakítását.

A tananyaghoz kapcsolódó matematikatörténeti érdekességek hozzásegítenek az egyetemes kultúra, a magyar tudománytörténet megismeréséhez. A gyakorlati élethez kapcsolódó szöveges feladatok segítik a gazdasági nevelést, a környezettudatos életvitelt, az egészséges életmód kialakítását. A definíciók megtanulása fejleszti a memóriát, a szaknyelv precíz használatára ösztönöz. A geometriai ismeretek elsajátítása közben a tanulók térszemlélete fejlődik, megtanulják az esztétikus, pontos munkavégzést. A halmazszemlélet alakítása és fejlesztése a rendszerező-képességet erősíti.

Az érdeklődés specializálódása természetes dolog. Akinél ez a reáltárgyak felé fordul, ott igényes feladatanyaggal, kiegészítő ismeretekkel kell elérni, hogy az ilyen irányú továbbtanuláshoz szükséges alapok kialakuljanak, az érdeklődés fennmaradjon. Akinél a matematika, illetve a reáltárgyak iránti érdeklődés csökken, ott egyrészt sok érdeklődést felkeltő elemmel: matematikatörténeti vonatkozással, játékokkal, érdekes feladatokkal lehet ezt az érdeklődést visszaszerezni, másrészt célszerű sok olyan feladatot beiktatni, amelyek jól mutatják, hogy az életben sokszor előnybe kerülhetnek, jobb döntést hozhatnak azok, akik jól tudják a matematikát.

## 7. évfolyam

Tizenhárom éves kortól a tanulók mindinkább általánosító elképzelésekben, elvont konstrukciókban gondolkoznak. Elméleteket gyártanak, összefüggéseket keresnek, próbálják értelmezni a világot. Az iskolai tanítás csak akkor lehet eredményes, ha alkalmazkodik ezekhez a változásokhoz, illetve igyekszik azokat felhasználva fejleszteni a tanulókat. A matematika kiválóan alkalmas arra, hogy a rendszerező képességet és hajlamot fejlessze. A felső tagozat utolsó két évfolyamában mind inkább szükséges matematikai szövegeket értelmezni és alkotni. Segítsük, hogy a tanulók a problémamegoldásaik részeként többféle forrásból legyenek képesek ismereteket szerezni.

Ebben a korban a tanításban már meg kell jelennie az elvonatkoztatás és az absztrakciós készség felhasználásának, fejlesztésének. A matematika tanításában itt jelenik meg a konkrét számok betűkkel való helyettesítése, a tapasztalatok általános megfogalmazása. Ettől az évfolyamtól kezdve már komoly hangsúlyt kell helyezni arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon. A definíciókat és a tételeket mind inkább meg kell tudni különböztetni, azokat helyesen kimondani, problémamegoldásban mind többször alkalmazni. A mindennapi élet és a matematika (korosztálynak megfelelő) állításainak igaz vagy hamis voltát el kell tudni dönteni. A feladatok megoldása során fokozatosan kialakul az adatok, feltételek adott feladat megoldásához való szükségessége és elégségessége eldöntésének képessége. A tanítás része, hogy a feladatmegoldás előtt mind gyakrabban tervek, vázlatok készüljenek, majd ezek közül válasszuk ki a legjobbat. Esetenként járunk be több utat a megoldás során, és ennek alapján gondoljuk végig, hogy létezik-e legjobb út, vagy ennek eldöntése csak bizonyos szempontok rögzítése esetén lehetséges. A feladatmegoldások során lehetőséget kell teremteni arra, hogy esetenként a terveket és a munka szervezését a feladatmegoldás közben a tapasztalatoknak megfelelően módosítani lehessen. Egyes feladatok esetén szükséges általánosabb eljárási módokat, algoritmusokat keresni.

A matematika egyes területei más-más módon adnak lehetőséget ebben az életkorban az egyes kompetenciák fejlesztésére. A különböző matematikatanítási módszerek minden tananyagrészen segíthetik a megfelelő önismeret, a helyes énkép kialakítását.

A tananyaghoz kapcsolódó matematikatörténeti érdekességek hozzásegítenek az egyetemes kultúra, a magyar tudománytörténet megismeréséhez. A gyakorlati élethez kapcsolódó szöveges feladatok segítik a gazdasági nevelést, a környezettudatos életvitelt, az egészséges életmód kialakítását. A definíciók megtanulása fejleszti a memóriát, a szaknyelv precíz használatára ösztönöz. A geometriai ismeretek elsajátítása közben a tanulók térszemlélete fejlődik, megtanulják az esztétikus, pontos munkavégzést. A halmazszemlélet alakítása és fejlesztése a rendszerező képességet erősíti.

Az érdeklődés specializálódása természetes dolog. Akinél ez a reál tárgyak felé fordul, ott igényes feladatanyaggal, kiegészítő ismeretekkel kell elérni, hogy az ilyen irányú továbbtanuláshoz szükséges alapok kialakuljanak, az érdeklődés fennmaradjon. Akinél a matematika, illetve a reál tárgyak iránti érdeklődés csökken, ott egyrészt sok érdeklődést felkeltő elemmel: matematikatörténeti vonatkozással, játékokkal, érdekes feladatokkal lehet ezt az érdeklődést visszaszerezni, másrészt célszerű sok olyan feladatot beiktatni, amelyek jól mutatják, hogy az életben sokszor előnybe kerülhetnek, jobb döntést hozhatnak azok, akik jól tudják a matematikát.

A specializálódott érdeklődés, és az ekkorra már óhatatlanul kialakuló tudásbeli különbségek miatt 7. osztálytól ajánlott a tárgy csoportbontásban való tanulása. Ezzel célszerű lehetőséget teremteni a lassabban haladók felzárkóztatására és a gyorsabban haladók tudásának elmélyítésére.

<b>7. évfolyam heti 3 óra</b>	
<b>Tematikai egység címe</b>	<b>órakeret</b>
Gondolkodási módszerek.	8.+folyamatosan
Számтан, algebra	42
Függvények, sorozatok	10
Geometria	33
Statisztika, valószínűség számítás.	6
Ismétlés, ellenőrzés	9
Összesen	108

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</b>	<b>Órakeret 8 óra + folyamatos</b>
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része.</p> <p>Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása.</p> <p>Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése.</p> <p>Szóbeli és írásbeli kifejezőkészség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás). Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése.</p> <p>Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése.</p> <p>A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának fejlesztése.</p> <p>A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.</p>	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Halmazba rendezés több szempont alapján a halmazműveletek alkalmazásával. Két véges halmaz uniója, különbsége, metszete. A részhalmaz.	A halmazszemlélet fejlesztése. Rendszerszemlélet fejlesztése.	
Az „és”, „vagy”, „ha”, „akkor”, „nem”, „van olyan”, „minden” „legalább”, legfeljebb” kifejezések használata.	A matematikai szaknyelv pontos használata. A nyelv logikai elemeinek egyre pontosabb használata.	<i>Magyar nyelv és irodalom: a lényeges és lényegtelen megkülönböztetése.</i>
Egyszerű („minden”, „van olyan” típusú) állítások igazolása, cáfolata konkrét példák kapcsán.	Kulturált érvelés képességének fejlesztése.	
A matematikai bizonyítás előkészítése: sejtések, kísérletezés, módszeres próbálkozás, cáfolás.	A bizonyítási igény felkeltése. Tolerancia, kritikai szemlélet, problémamegoldás. A kulturált vitatkozás elsajátítása.	
A gyakorlati élethez és a társtudományokhoz kapcsolódó szöveges feladatok megoldása.	Szövegelemzés, értelmezés, szöveg lefordítása a matematika nyelvére. Ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény erősítése. Igényes grafikus és verbális kommunikáció.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; technika, életvitel és gyakorlat: számítási feladatok.</i>
Matematikai játékok.	Aktív részvétel, pozitív attitűd.	
Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása különféle módszerekkel (fadiagram, útdiagram, táblázatok készítése). Sorba rendezés. Néhány elem esetén az összes eset felsorolása.	A kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Tapasztalatszerzés az összes eset rendszerezett felsorolásában.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Halmaz, elem, részhalmaz, egyesítés, metszet. Alaphalmaz. Igaz, hamis, nem, és, vagy, minden, van olyan, biztos, lehetséges, lehetetlen.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra	Órakeret 42 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Racionális számkör. Számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Műveletek racionális számokkal. Ellentett, abszolút érték, reciprok. Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben.	



	<p>A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság.</p> <p>Alapműveletek racionális számokkal írásban.</p> <p>A zárójelek, a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Helyes és értelmes kerekítés, az eredmények becslése, a becslés használata ellenőrzésre is.</p> <p>Szöveges feladatok megoldása.</p> <p>A százalékszámítás alapjai.</p>
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával.</p> <p>A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészeik képzeletben való felidézése.</p> <p>Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása.</p> <p>Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.</p>

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Racionális számok (véges, végtelen tizedes törtek), példák nem racionális számra (végtelen, nem szakaszos tizedes törtek).	A számfogalom mélyítése.	
A természetes, egész és racionális számok halmazának kapcsolata.	A rendszerező képesség fejlesztése.	
Műveletek racionális számkörben írásban és számológéppel. Az eredmény helyes és értelmes kerekítése. Eredmények becslése, ellenőrzése.	Műveletfogalom mélyítése. A zárójel és a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Számolási és a becslési készség fejlesztése. Az algoritmikus gondolkodás fejlesztése.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: számításos feladatok.</i>
A hatványozás fogalma pozitív egész kitevőre.	A hatvány fogalmának kialakítása, fejlesztése. A definícióalkotás igényének felkeltése.	
Műveletek hatványokkal: azonos alapú hatványok szorzása, osztása. Hatványozásnál az alap és a kitevő változásának hatása a hatványértékre.		<i>Kémia: az anyagmennyiség mértékegysége (a mól).</i>  <i>Földrajz: termelési statisztikai adatok.</i>

10 pozitív egész kitevőjű hatványai.	Számolási készség fejlesztése (fejben és írásban).	<i>Kémia</i> : számítási feladatok.
Prímszám, összetett szám. Prímtényező felbontás. Matematikatörténet: érdekességek a prímszámok köréből.	A korábban tanult ismeretek és az új ismeretek közötti összefüggések felismerése.	
Oszthatósági szabályok. Számelméleti alapú játékok. Matematikatörténet: tökéletes számok, barátságos számok. Legnagyobb közös osztó, legkisebb pozitív közös többszörös.	A tanult ismeretek felelevenítése. Oszthatósági szabályok alkalmazása a törtekkel való műveleteknél. A bizonyítási igény felkeltése oszthatósági feladatoknál. Két szám legnagyobb közös osztójának meghatározása prímtényező felbontás alapján. A legkisebb pozitív közös többszörös meghatározása prímtényező felbontás alapján.	
Arány, aránypár, arányos osztás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.	A következtetési képesség fejlesztése: a mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolatok meglátása, a felmerülő arányossági feladatok megoldása során.	<i>Magyar nyelv és irodalom</i> : szövegértés, szövegértelmezés.  <i>Fizika; kémia; földrajz</i> : arányossági számítások felhasználása feladatmegoldásokban.  <i>Technika, életvitel és gyakorlat</i> : műszaki rajzok értelmezése.
Mértékegységek átváltása racionális számkörben.	Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzése. Ciklusonként átélt idő és lineáris időfogalom, időtartam, időpont szavak értő ismerete, használata.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat</i> : Főzésnél a tömeg, az űrtartalom és az idő mérése.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek</i> : évtized, évszázad, évezred.
Az alap, a százalékérték és a százalékláb fogalmának ismerete, értelmezése, kiszámításuk következtetéssel, a megfelelő	A mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolat meglátása a gazdasági élet, a környezetvédelem, a	

összefüggések alkalmazásával.	háztartás köréből vett egyszerűbb példákon.	
A mindennapjainkhoz köthető százalékszámítási feladatok. Gazdaságossági számítások.	Feladatok az árképzés: árleszállítás, áremelés, áfa, betétkamat, hitelkamat, adó, bruttó bér, nettó bér, valamint különböző termékek (pl. élelmiszerek, növényvédőszer, oldatok) anyagösszetétele köréből. Szövegértés, szövegalkotás fejlesztése. Becslések és következtetések végzése. Zsebszámológép célszerű használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés.  <i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.  <i>Kémia:</i> oldatok tömegszázalékos összetételének kiszámítása.
Az algebrai egész kifejezés fogalma. Egytagú, többtagú, egynemű kifejezés fogalma. Helyettesítési érték kiszámítása.	Elnevezések, jelölések megértése, rögzítése, definíciókra való emlékezés. Egyszerű szimbólumok megértése és alkalmazása a matematikában. Betűk használata szöveges feladatok általánosításánál.	<i>Fizika:</i> összefüggések megfogalmazása, leírása a matematika nyelvén.
Egyszerű átalakítások: zárójel felbontása, összevonás. Egytagú és többtagú algebrai egész kifejezések szorzása racionális számmal, egytagú egész kifejezéssel. <i>Matematikatörténet:</i> az algebra kezdetei.	Egyszerű szimbólumok megértése és a matematikában, valamint a többi tantárgyban szükséges egyszerű képletalakítások elvégzése. Algebrai kifejezések egyszerű átalakításának felismerése.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> Képletek átalakítása. A képlet értelme, jelentősége. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.
Elsőfokú egyenletek, elsőfokú egyenlőtlenségek megoldása. Mérlegelv. Alaphalmaz, megoldáshalmaz.	Az egyenlő, nem egyenlő fogalmának elmélyítése. Algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztése. A megoldások ábrázolása számegyenesen. Pontos munkavégzésre nevelés. Számolási készség fejlesztése. Az ellenőrzés igényének fejlesztés.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számításos feladatok.
A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása a tanult matematikai módszerek használatával. Ellenőrzés. Egyszerű matematikai problémát	Szövegértelmezés, problémamegoldás fejlesztése. A lényeges és lényegtelen elkülönítésének, az összefüggések felismerésének fejlesztése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés. A gondolatmenet tagolása.

tartalmazó hosszabb szövegek feldolgozása. Feladatok például a környezetvédelem, az egészséges életmód, a vásárlások, a család jövedelmének ésszerű felhasználása köréből.	A gondolatmenet tagolása. Az ellenőrzési igény további fejlesztése. Igényes kommunikáció kialakítása. Szöveges feladatok megoldása a környezettudatossággal, az egészséges életmóddal, a családi élettel, a gazdaságossággal kapcsolatban.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Racionális szám. Hatvány, alap, kitevő. Százalékalap, százalékláb, százalékérték. Prímszám, összetett szám, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Arány, aránypár, arányos osztás, egyenes és fordított arányosság. Változó, együttható, algebrai egész kifejezés, helyettesítési érték, egynemű kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás. Egytagú, többtagú kifejezés. Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, mérlegelv, ellenőrzés.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Függvények, az analízis elemei</b>		<b>Órakeret 10 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben. Egyszerű grafikonok értelmezése. Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése. Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).		
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
Két halmaz közötti hozzárendelések megjelenítése konkrét esetekben. Függvények és ábrázolásuk a derékszögű koordináta-rendszerben.	A függvényszemlélet fejlesztése. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése a grafikon alapján.	<i>Fizika; biológia-egészségtan; kémia; földrajz:</i> függvényekkel leírható folyamatok.	
Lineáris függvények. Egyenes arányosság grafikus képe.	A mindennapi élet, a tudományok és a matematika közötti kapcsolat fölfedezése konkrét példák alapján. Számolási készség fejlesztése a racionális számkörben. Számítógép használata a függvények ábrázolására.	<i>Fizika: út-idő.</i>	

Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek grafikus megoldása.	Helyzetfelismerés: a tanult ismeretek alkalmazása új helyzetben.	
Grafikonok olvasása, értelmezése, készítése: szöveggel vagy matematikai alakban megadott szabály grafikus megjelenítése értéktáblázat segítségével.	Kapcsolatok észrevétele, megfogalmazása szóban, írásban. Környezettudatosságra nevelés: pl. adatok és grafikonok elemzése a környezet szennyezettségével kapcsolatban.	<i>Földrajz:</i> adatok hőmérsékletre, csapadék mennyiségére. <i>Kémia:</i> adatok vizsgálata a levegő és a víz szennyezettségére vonatkozóan.
Egyszerű sorozatok vizsgálata. Matematikatörténet: Gauss.	Gauss-módszer.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Hozzárendelés, függvény, lineáris függvény, növekedés, fogyás, csökkenés, értelmezési tartomány, értékkészlet. Számítási sorozat, számítási közép.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 33 óra
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. Háromszögek, csoportosításuk. Négyzetek, speciális négyzetek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok. Háromszög, négyzet belső és külső szögeinek összegére vonatkozó tapasztalatok. Téglatest tulajdonságai. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Egyszerű alakzatok tengelyes tükröképének megszerkesztése. Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága. Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése. Szerkesztési eszközök használata. Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása. A téglalap és a deltoid kerületének és területének kiszámítása. A téglatest felszínének és térfogatának a kiszámítása.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Rendszerező készség fejlesztése. A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése. Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése. Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése. Képzeletben történő mozgató: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése.</p>	

	<p>A pontos munkavégzés igényének fejlesztése.</p> <p>A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió).</p> <p>Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményezőkézség, együttműködési készség, tolerancia.</p>	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Háromszögek osztályozása oldalak, illetve szögek szerint.	<p>A tanult ismeretek felidézése, megerősítése.</p> <p>A halmazszemlélet fejlesztése.</p> <p>A háromszögek és a négyszögek tulajdonságaira vonatkozó igaz-hamis állítások megfogalmazásán keresztül a vitakészség fejlesztése.</p> <p>Tömör, de pontos szabatos kifejezőkézség fejlesztése. A szaknyelv minél pontosabb használata írásban is.</p>	
A háromszögek magassága, magasságvonala, magasságpontja. A háromszögek kerületének és területének kiszámítása.	Számolási készség fejlesztése. Átdarabolás a terület meghatározásához. Eredmények becslése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs program.
A háromszög és a négyszög belső és külső szögeinek összege. <i>Matematikatörténet:</i> Bolyai Farkas, Bolyai János. Érdekeségek: gömbi geometria.	Tételek megfogalmazása megfigyelés alapján. Bizonyítási igény felkeltése.	
Paralelogramma, trapéz, deltoid tulajdonságai, kerülete, területe. Szabályos sokszögek. Kör kerülete, területe. A kör és érintője.	<p>Törekvés a tömör, de pontos, szabatos kommunikációra. A szaknyelv egyre pontosabb használata írásban is.</p> <p>A terület meghatározása átdarabolással.</p> <p>A kör kerületének közelítése méréssel.</p> <p>Számítógépes animáció használata az egyes területképletekhez.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák, területtel kapcsolatos számítás.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> Pantheon, Colosseum.</p>
A tanult síkbeli alakzatok (háromszög, trapéz, paralelogramma, deltoid)	A szerkesztéshez szükséges eszközök célszerű használata. Átélt folyamatról készült leírás gondolatmenetének értelmezése	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> műszaki rajz készítése.

<p>szerkesztése.</p> <p>Nevezetes szögek szerkesztése: 15°, 45°, 75°, 105°, 135°.</p>	<p>(pl. egy szerkesztés leírt lépéseiről a folyamat felidézése). A szaknyelv pontos használata.</p>	<p><i>Földrajz:</i> szélességi körök és hosszúsági fokok.</p>
<p>Középpontos tükrözés. A középpontos tükrözés tulajdonságai. A középpontos tükörkép szerkesztése.</p>	<p>Pontos, precíz munka elvégzése a szerkesztés során. A transzformációs szemlélet továbbfejlesztése.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> művészeti alkotások megfigyelése a tanult transzformációk segítségével.</p>
<p>Középpontosan szimmetrikus alakzatok a síkban. A tanult sokszögek osztályozása szimmetria szerint.</p>	<p>A megfigyelőképesség fejlesztése. Halmazképző, rendszerező képesség fejlesztése. A matematika kapcsolata a természettel és a művészeti alkotásokkal: művészeti alkotások vizsgálata (Penrose, Escher, Vasarely). Gondolkodás fejlesztése szimmetrián alapuló játékokon keresztül.</p>	<p><i>Vizuális kultúra; biológia-egészségtan:</i> középpontosan szimmetrikus alakzatok megfigyelése, vizsgálata a műalkotásokban és a természetben.</p>
<p>Tengelyes és középpontos szimmetria alkalmazása szerkesztésekben.</p>	<p>Áttekinthető, pontos szerkesztés igényének fejlesztése.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> festmények geometriai alakzatai.</p>
<p>Párhuzamos szárú szögek.</p>	<p>A tanult transzformációk tulajdonságainak felismerése, felhasználása a fogalmak kialakításánál.</p>	
<p>Az egybevágóság szemléletes fogalma, a háromszögek egybevágóságának esetei. Az egybevágóság jelölése. <math>\cong</math></p>	<p>A megfigyelőképesség fejlesztése. A szaknyelv pontos használata.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> festmények, művészeti alkotások egybevágó geometriai alakzatai.</p>
<p>Három- és négyszög alapú egyenes hasábok, forgáshenger hálójá, tulajdonságai, felszíne, térfogata.</p>	<p>A halmazszemlélet és a térszemlélet fejlesztése.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> modellek készítése, tulajdonságainak vizsgálata.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári:</i> történelmi épületek látszati képe és alaprajza közötti összefüggések megfigyelése.</p>

		<i>Vizuális kultúra:</i> térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.
Mértékegységek átváltása racionális számkörben.	A gyakorlati mérések, mértékegységváltások helyes elvégzésének fejlesztése.	<i>Testnevelés és sport:</i> távolságok és idő becslése, mérése.  <i>Fizika; kémia:</i> mérés, mértékegységek, mértékegységek átváltása.
Egyszerű számításos feladatok a geometria különböző területeiről.	A számolási készség, a becslési készség és az ellenőrzési igény fejlesztése.  Zsebszámológép célszerű használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Geometriai transzformáció, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, eltolás. Egybevágóság. Középpontos szimmetria, paralelogramma, rombusz. Egyállású szög, váltószög, csúcsszög. Belső és külső szög. Háromszög, magasságvonal, magasságpont. Hasáb, henger. Alaplap, alapél, oldallap, oldalél.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Statisztika, valószínűség</b>	<b>Órakeret 6 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. Néhány szám számtani közepének kiszámítása. Valószínűségi játékok és kísérletek az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Gazdasági nevelés.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Adatok gyűjtése, rendszerezése, adatsokaság szemléltetése, grafikonok készítése.	Adatsokaságban való eligazodás: táblázatok olvasása, grafikonok készítése, elemzése. Statisztikai szemlélet fejlesztése. Együttműködési készség fejlődése.	<i>Testnevelés és sport:</i> teljesítmények adatainak, mérkőzések eredményeinek táblázatba rendezése.
Adathalmazok elemzése (átlag, módusz, medián) és értelmezése,	Gazdasági statisztikai adatok, grafikonok értelmezése,	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan;</i>



<p>ábrázolásuk. Számítási közép kiszámítása.</p>	<p>elemzése. Adatsokaságban való eligazodás képességének fejlesztése. Ok-okozati összefüggéseket felismerő képesség fejlesztése. Elemző képesség fejlesztése.</p>	<p><i>földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> táblázatok és grafikonok adatainak ki- és leolvasása, elemzése, adatok gyűjtése, táblázatba rendezése.  <i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.</p>
<p>Valószínűségi kísérletek. Valószínűség előzetes becslése. Valószínűségi kísérletek, eredmények lejegyzése. Gyakoriság, relatív gyakoriság fogalma.</p>	<p>Valószínűségi szemlélet fejlesztése. Tudatos megfigyelőképesség fejlesztése. A tapasztalatok rögzítése képességének fejlesztése. Tanulói együttműködés fejlesztése. Számítógép használata a tudománytörténeti érdekességek felkutatásához.</p>	
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Diagram, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség.</p>	
<p><i>A fejlesztés várt eredményei a 7. évfolyam végén</i></p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Elemek halmazba rendezése több szempont alapján.</li> <li>– Egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása.</li> <li>– Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben.</li> <li>– Kombinatorikai feladatok megoldása az összes eset szisztematikus összeszámlálásával.</li> <li>– Fagráfok használata feladatmegoldások során.</li> </ul> <p><i>Számtan, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. Az eredmény becslése, ellenőrzése, helyes és értelmes kerekítése.</li> <li>– Mérés, mértékegység használata, átváltás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.</li> <li>– A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során.</li> <li>– A legnagyobb közös osztó kiválasztása az összes osztóból, a legkisebb pozitív közös többszörös kiválasztása a többszörösök közül.</li> <li>– Prímszám, összetett szám. Prímtényező felbontás.</li> <li>– Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értéke. Összevonás.</li> </ul>	

	<p>Többtagú kifejezés szorzása egytagúval.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Négyzetre emelés, hatványozás pozitív egész kitevők esetén.</li> <li>– Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen.</li> <li>– A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában.</li> <li>– Számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére.</li> </ul> <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint.</li> <li>– Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanult alkalmazása természettudományos feladatokban is.</li> <li>– Grafikonok elemzése a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása. Táblázatok adatainak kiolvasása, értelmezése, ábrázolása különböző típusú grafikonon.</li> </ul> <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A tanuló a geometriai ismeretek segítségével képes jó ábrákat készíteni, pontos szerkesztéseket végezni.</li> <li>– Ismeri a tanult geometriai alakzatok tulajdonságait (háromszögek, négyszögek belső és külső szögeinek összege, nevezetes négyszögek szimmetriatulajdonságai), tudását alkalmazza a feladatok megoldásában.</li> <li>– Tengelyes és középpontos tükörkép szerkesztése.</li> <li>– Háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületének, területének számítása feladatokban.</li> <li>– A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb, forgáshenger) térfogatképleteinek ismeretében ki tudja számolni a mindennapjainkban előforduló testek térfogatát, űrmértékét.</li> </ul> <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzése, relatív gyakoriságok kiszámítása.</li> <li>– Konkrét feladatok kapcsán a tanuló képes esélylatolgatásra, felismeri a biztos és a lehetetlen eseményt.</li> <li>– Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban.</li> <li>– Néhány kiemelkedő magyar matematikus nevének ismerete, esetenként kutatási területének, eredményének megnevezése.</li> </ul>
--	--

**A  
továbbhaladás  
feltételei 7.  
évfolyam**

Biztos számolási ismeretekkel rendelkezzen a racionális számkörben. (A műveleti sorrendre, zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása.) Mérés, mértékegység használata, átváltás.

Ismerje az egyenes és a fordított arányosságot, a százalékszámítás alapfogalmait, azok egyszerűbb alkalmazásait.

Ismerje a prímszám, összetett szám fogalmát a prímtényező felbontást.

Tudjon elvégezni egyszerű műveleteket algebrai egész kifejezésekkel, négyzetre emelést, hatványozást pozitív egész kitevők esetén.

Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen.

Tudjon készíteni és grafikonokat elemezni a tanult szempontok szerint.

Tudjon jó ábrákat készíteni, pontos szerkesztéseket végezni, (tengelyes és középpontos tükrökép). Ismerje a tanult geometriai alakzatok tulajdonságait.

Háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületének, területének számítása feladatokban.

## 8. évfolyam

Ebben az évfolyamban tovább folytatódik a szimbolikus gondolkodás kialakulása, ami megalapozza a betűkkel számolást, az egyenletek megoldását, azonosságok alkalmazását. Az absztrakció fejlődésével a logikai műveletek, a problémamegoldás lépéseinek alkalmazása, a feladatmegoldás tudatosabbá válik. Ezzel együtt fejlődnek az indoklások, a bizonyítási igény.

A specializálódott érdeklődés, és az ekkorra már óhatatlanul kialakuló tudásbeli különbségek miatt 8. osztályban alapvetően szükséges a tárgy csoportbontásban való tanulása. Ezzel célszerű lehetőséget teremteni a lassabban haladók felzárkóztatására és a gyorsabban haladók tudásának elmélyítésére.

Tematikai egység címe	órakeret
Gondolkodási módszerek.	10.+folyamatosan
Számтан, algebra	33 óra
Függvények, sorozatok	15 óra
Geometria	32 óra
Statisztika, valószínűség számítás.	7 óra
Ismétlés, ellenőrzés	11 óra
Összesen	108 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 10 óra+ folyamatos
<b>Előzetes tudás</b>	Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része, egyesítése. Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése. Szóbeli és írásbeli kifejezőkészség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás). Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a	

	<p>megértése. A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának fejlesztése. A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.</p>	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Halmazba rendezés több szempont alapján a halmazműveletek alkalmazásával. Két véges halmaz uniója, különbsége, metszete. A részhalmaz. Matematikatörténet: Cantor.</p>	<p>A halmazszemlélet fejlesztése. Rendszerszemlélet fejlesztése.</p>	
<p>Az „és”, „vagy”, „ha”, „akkor”, „nem”, „van olyan”, „minden” „legalább”, legfeljebb” kifejezések használata.</p>	<p>A matematikai szaknyelv pontos használata. A nyelv logikai elemeinek egyre pontosabb, tudatos használata.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom: a lényeges és lényegtelen megkülönböztetése.</i></p>
<p>Egyszerű („minden”, „van olyan” típusú) állítások igazolása, cáfolata konkrét példák kapcsán.</p>	<p>Kulturált érvelés képességének fejlesztése.</p>	
<p>A matematikai bizonyítás előkészítése: sejtések, kísérletezés, módszeres próbálkozás, cáfolás.</p>	<p>A bizonyítási igény felkeltése. Tolerancia, kritikai szemlélet, problémamegoldás. A kulturált vitatkozás elsajátítása.</p>	
<p>A gyakorlati élethez és a társtudományokhoz kapcsolódó szöveges feladatok megoldása.</p>	<p>Szövegelemzés, értelmezés, szöveg lefordítása a matematika nyelvére. Ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény erősítése. Igényes grafikus és verbális kommunikáció.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; technika, életvitel és gyakorlat: számításhoz kapcsolódó feladatok.</i></p>
<p>Matematikai játékok.</p>	<p>Aktív részvétel, pozitív attitűd. (pl. Hanoi torony)</p>	
<p>Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása különféle módszerekkel (fadiagram, útdiagram, táblázatok készítése). Sorba rendezés, kiválasztás. Néhány elem esetén az összes eset felsorolása.</p>	<p>A kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Tapasztalatszerzés az összes eset rendszerezett felsorolásában.</p>	
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Halmaz, elem, részhalmaz, egyesítés, metszet. Alaphalmaz. Igaz, hamis, nem, és, vagy, minden, van olyan, biztos, lehetséges, lehetetlen.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra		Órakeret 33 óra
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Racionális számkör. Műveletek racionális számokkal. Pozitív egész kitevőjű hatvány fogalma. Műveletek hatványokkal. Prímszám, prímtényezőkre bontás.</p> <p>Algebrai kifejezések. Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása, mérlegelv.</p> <p>Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben.</p> <p>A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság, fordított arányosság, arány, arányos osztás.</p> <p>Szöveges feladatok megoldása.</p> <p>A százalékszámítás alapjai.</p>		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával.</p> <p>A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészeik képzeletben való felidézése.</p> <p>Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása.</p> <p>Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.</p>		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Nulla és negatív egész kitevőjű hatvány fogalma, a hatványozás azonosságai.	Permanenciaelv bemutatása konkrét számokkal. A bizonyítási igény. fejlesztése		
Számok normálalakja. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével.	A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás.	<i>Fizika; kémia; földrajz; biológia-egészségtan:</i> Tér, idő, nagyságrendek. Méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig.	
A négyzetgyök fogalma. Számok négyzete, négyzetgyöke. Példa irracionális számra ( $\pi$ , $\sqrt{2}$ ).	Négyzetgyök meghatározása számológéppel.		
Arány, aránypár, arányos osztás.	A következtetési képesség	<i>Magyar nyelv és</i>	

<p>Egyenes arányosság, fordított arányosság.</p>	<p>fejlesztése: a mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolatok meglátása, a felmerülő arányossági feladatok megoldása során.</p>	<p><i>irodalom: szövegértés, szövegértelmezés.</i></p> <p><i>Fizika; kémia; földrajz: arányossági számítások felhasználása feladatmegoldásokban.</i></p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat: műszaki rajzok értelmezése.</i></p>
<p>Mértékegységek átváltása racionális számkörben.</p>	<p>Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzése. Ciklusonként átélt idő és lineáris időfogalom, időtartam, időpont szavak értő ismerete, használata.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat: Főzésnél a tömeg, az űrtartalom és az idő mérése.</i></p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: évtized, évszázad, évezred.</i></p>
<p>A mindennapjainkhoz köthető százalékszámítási feladatok. Gazdasági számítások.</p>	<p>Feladatok az árképzés: árleszállítás, áremelés, áfa, betétkamat, hitelkamat, adó, bruttó bér, nettó bér, valamint különböző termékek (pl. élelmiszerek, növényvédőszer, oldatok) anyagösszetétele köréből.</p> <p>Szövegértés, szövegalkotás fejlesztése. Becslések és következtetések végzése. Zsebszámológép célszerű használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom: szövegértés, szövegértelmezés.</i></p> <p><i>Fizika; kémia: számítási feladatok.</i></p> <p><i>Kémia: oldatok tömegszázalékos összetételének kiszámítása.</i></p> <p><i>Fizika: hatásfok kiszámítása.</i></p>
<p>Egyszerű átalakítások: zárójel felbontása, összevonás. Egytagú és többtagú algebrai egész kifejezések szorzása racionális számmal, egytagú egész kifejezéssel.</p>	<p>Egyszerű szimbólumok megértése és a matematikában, valamint a többi tantárgyban szükséges egyszerű képletalakítások elvégzése. Algebrai kifejezések egyszerű átalakításának felismerése.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan: Képletek átalakítása. A képlet értelme, jelentősége. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.</i></p>
<p>Nevezetes azonosságok:</p>	<p>Kreativitás többféle bizonyítási</p>	<p><i>Informatika: tantárgyi</i></p>

$(a \pm b)^2$ összeg alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja.	módszer alkalmazása során. Az algebra és geometria összekapcsolása az azonosságok igazolásánál. Ismeretek tudatos memorizálása.	szimulációs programok használata.
Szorzáttá alakítás kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazásával. Teljes négyzetté alakítás.	A tanult azonosságok felhasználása.	
Szorzáttá alakítás kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazásával. Teljes négyzetté alakítás.	A tanult azonosságok felhasználása.	
A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása a tanult matematikai módszerek használatával. Ellenőrzés. Egyszerű matematikai problémát tartalmazó hosszabb szövegek feldolgozása. Feladatok például a környezetvédelem, az egészséges életmód, a vásárlások, a család jövedelmének ésszerű felhasználása köréből.	Szövegértelmezés, problémamegoldás fejlesztése. A lényeges és lényegtelen elkülönítésének, az összefüggések felismerésének fejlesztése. A gondolatmenet tagolása. Az ellenőrzési igény további fejlesztése. Igényes kommunikáció kialakítása. Szöveges feladatok megoldása a környezettudatossággal, az egészséges életmóddal, a családi élettel, a gazdaságossággal kapcsolatban.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés. A gondolatmenet tagolása.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Racionális szám. Hatvány, alap, kitevő. Négyzetgyök. Százalékalap, százalékláb, százalékték. Arány, aránypár, arányos osztás, egyenes és fordított arányosság. Változó, együttható, algebrai egész kifejezés, helyettesítési érték, egynemű kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás. Egytagú, többtagú kifejezés. Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, azonosság, mérlegelv, ellenőrzés.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Függvények, az analízis elemei</b>	<b>Órakeret 15 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben. Függvények és ábrázolásuk derékszögű koordináta-rendszerben. Lineáris függvények. Grafikonok értelmezése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése.	



	Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Függvények és ábrázolásuk a derékszögű koordináta-rendszerben.	A függvényszemlélet fejlesztése. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése a grafikon alapján.	<i>Fizika; biológia-egészségtan; kémia; földrajz:</i> függvényekkel leírható folyamatok.
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság.	Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Lineáris kapcsolatok vizsgálata a hétköznapi életben.	<i>Fizika:</i> a sebesség és az út-idő grafikon kapcsolata; az ellenállás és a feszültség-áramerősség grafikon kapcsolata.
A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban. Lineáris függvény ábrázolása paramétereire alapján.	Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedeztetése. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	
Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto  x + b $ , illetve $x \mapsto  x  + c$ függvény grafikonja és tulajdonságai.	Számítógép használata a függvények ábrázolására. Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A másodfokú függvény. Az $x \mapsto (x + b)^2$ , illetve az $x \mapsto x^2 + c$ függvény grafikonja és tulajdonságai.	Számítógép használata a függvények ábrázolására.	<i>Fizika:</i> a gyorsuló mozgás út-idő grafikonja.
A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ( $ax \neq 0$ ) grafikonja, tulajdonságai.	Számítógép használata.	<i>Fizika:</i> adott távolság esetén a sebesség és az idő, adott tömeg esetén a sűrűség és a térfogat.  <i>Informatika:</i> számítógépes program az ábrázoláshoz.
Gyakorlati problémák függvényekre.	Példák a gyakorlati életből, mindennapjainkból.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.  <i>Technika, életvitel és</i>

		<p><i>gyakorlat: valós folyamatok a mindennapi életben.</i></p> <p><i>Biológia-egészségtan; fizika; kémia: mérési eredmények kiértékelése grafikonok alapján.</i></p>
Egyszerű sorozatok vizsgálata. Matematikatörténet: Gauss.	Gauss-módszer.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	<p>Sorozat, függvény. Értelmezési tartomány, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás, értékkészlet. Lineáris függvény, lineáris kapcsolat, meredekség. Abszolútérték-függvény, másodfokú függvény. Számtani sorozat, számtani közép.</p>	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 32 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. Háromszögek, csoportosításuk. Négyszögek, speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok. Háromszög, négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek. Téglatest tulajdonságai. Tengelyesen és középpontos tükrözés. Nevezetes szögpárok. Háromszögek egybevágóságának esetei. Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága. Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése. Szerkesztési eszközök használata. Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása. Háromszögek, speciális négyszögek kerületének és területének kiszámítása. Háromszög, négyszög alapú hasábok, hengerek felszínének és térfogatának a kiszámítása.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Rendszerező készség fejlesztése. A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése. Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése. Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése. Képzeletben történő mozgatás: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése.</p>	

	<p>A pontos munkavégzés igényének fejlesztése.  A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió).  Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményezőkézség, együttműködési készség, tolerancia.</p>	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Eltolás, a vektor fogalma.	Egyszerű alakzatok eltolt képének megszerkesztése. A megfigyelőképesség fejlesztése. Áttekinthető, pontos szerkesztés igényének fejlesztése.	
Három- és négyszög alapú egyenes hasábok, forgáshenger hálójára, tulajdonságai, felszíne, térfogata.  Ismerkedés a forgáskúppal, gúlával, gömbbel.	A halmazszemlélet és a térszemlélet fejlesztése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> modellek készítése, tulajdonságainak vizsgálata.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári:</i> történelmi épületek látszati képe és alaprajza közötti összefüggések megfigyelése.  <i>Vizuális kultúra:</i> térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.
Mértékegységek átváltása racionális számkörben.	A gyakorlati mérések, mértékegységváltások helyes elvégzésének fejlesztése.	<i>Testnevelés és sport:</i> távolságok és idő becslése, mérése.  <i>Fizika; kémia:</i> mérés, mértékegységek, mértékegységek átváltása.
A tanult négyszögek áttekintése. Parallelogramma, rombusz tulajdonságai.	A régebbi ismeretek mozgósítása.	
A tanult speciális négyszögek magassága, középvonala.	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs

		programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Sokszögek. Konvex sokszögek átlóinak száma, belső és külső szögeinek összege.	Háromszög-tulajdonságok alkalmazása.	<i>Vizuális kultúra:</i> Vasarely művészete.
Szabályos sokszögek és tulajdonságai.	Szimmetriaviszonyok áttekintése.	
A kör és részei, érintői.	A fogalmak pontos ismerete.	<i>Vizuális kultúra:</i> építészeti formák.
Pitagorasz tétele. Thalész tétele. Matematikatörténet: Pitagorasz és Thalész élete és munkássága.	A tételek felhasználása indoklást igénylő feladatokban. Számításos feladatok megoldása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs program használata.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> Pitagorasz és kora.
Háromszög-, négyzet- és téglalap alapú egyenes hasábok, a forgáshenger, forgáskúp, gúla, hálója, tulajdonságai. A gömb.	Elképzelt és valóságos testek tulajdonságainak felismerése, megfogalmazása, különböző hálók készítése konkrét esetekben.	<i>Természetismeret:</i> tárgyak alakja, a tanult testek felismerése.  <i>Vizuális kultúra:</i> axonometrikus testábrázolás.
Középpontos tükrözés. A transzformáció tulajdonságai, alakzat képének szerkesztése.	Pontos, precíz munka elvégzése a szerkesztés során.	<i>Vizuális kultúra:</i> művészeti alkotások megfigyelése a tanult transzformációk segítségével.
Középpontosan szimmetrikus alakzatok a síkban.	Középpontosan szimmetrikus alakzatok keresése a természetben, művészeti alkotásokban, a közvetlen környezetben (pl. Penrose, Escher, Vasarely). Gondolkodás fejlesztése szimmetrián alapuló játékokon keresztül.	<i>Vizuális kultúra:</i> festmények geometriai alakzatai.
Eltolás a síkban.	Egyszerű alakzatok eltolt képének megszerkesztése.	
Pont körüli forgatás tulajdonságai és szerkesztési eljárások elsajátítása.	Egyszerű geometriai alakzatok adott pont körüli elforgatásának megszerkesztése.	<i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.

Az egybevágóság szemléletes fogalma, a háromszögek egybevágóságának esetei.	Geometriai állítások igazolása konkrét feladatokban az egybevágóság alapeseteinek felhasználásával.	
Középpontos nagyítás és kicsinyítés szerkesztése konkrét arányokkal. Szakasz arányos osztásának szerkesztése.	A középpontos nagyítás, kicsinyítés felismerése hétköznapi szituációkban.	<i>Földrajz:</i> térképészeti ismeretek.
Nevezetes szögek szerkesztése. Szögfelezés és szögmásolás. Háromszögek szerkesztése. Négyszögek szerkesztése. Kör érintőinek szerkesztése.	Szerkesztési eljárások feladatokban. Szerkesztési terv készítése. Vázlatkészítés. A szerkesztés menetének leírása. Pontos, esztétikus munkára. nevelés.	<i>Informatika:</i> szerkesztési programok használata.
Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak és köreinek szerkesztése.	Nevezetes vonalak és pontok változásának dinamikus szemléltetése számítógépes szerkesztési program segítségével.	<i>Informatika:</i> egy szerkesztési program felhasználói szintű ismerete.
A vektor fogalma. Vektorok összege, különbsége és szorzása számmal. Vektorok összegének, különbségének és számmal való szorzásának szerkesztése. Vektor felbontása összetevőire. A vektorműveletek tulajdonságai.	A szerkesztési eljárások előnyeinek és hátrányainak felismerése. Műveletek tulajdonságainak vizsgálata szerkesztések elvégzése után.	<i>Fizika:</i> elmozdulás, erő, sebesség.
Háromszögek, négyszögek és a kör kerülete, területe.	A terület meghatározása átdarabolással. A kör kerületének közelítése méréssel. Számítógépes animáció használata az egyes területképletekhez.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> a hétköznapi problémák területtel kapcsolatos számításai (lefedések, szabászat, földmérés).
Háromszög-, négyzet- és téglalap alapú egyenes hasábok és a forgáshenger felszíne, térfogata.	Gyakorlati feladatok megoldása.	<i>Kémia:</i> tárolóedények térfogata.  <i>Fizika:</i> testek térfogata.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Szögpár. Háromszög, négyszög, sokszög, kör. Egybevágósági transzformáció. Középpontos nagyítás és kicsinyítés. Paralelogramma,	

	rombusz. A vektor, vektorműveletek. Háromszögek nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszög-, négyzet-, téglalapalapú egyenes hasáb, forgáshenger, forgáskúp, gúla, gömb.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Egybevágósági transzformáció. Középpontos nagyítás és kicsinyítés. Paralelogramma, rombusz. A vektor, vektorműveletek. Háromszögek nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszög-, négyzet-, téglalapalapú egyenes hasáb, forgáshenger, forgáskúp, gúla, gömb.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret 7 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
<b>A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai</b>	A világ megismeréseének igénye. Valószínűségi, statisztikai szemlélet fejlesztése. Jártasság kialakítása az adatok rendszerezésében, kezelésében. Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, kiértékelés, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Együttműködés képességének fejlesztése. Táblázat értelmezése, számítógépes táblázatkezelő használata az adatok rendezésében, értékelésében. Az esély és a relatív gyakoriság fogalmának kialakítása.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Adathalmazok elemzése (módusz, medián, átlag) és értelmezése, ábrázolásuk.	A napi sajtóból, internetről, tapasztalatból különböző grafikonok keresése, elemzése. Adatok gyűjtése különböző témákhoz kapcsolódóan, ezekből középértékek meghatározása.	<i>Földrajz:</i> statisztikai adatok jellemzése (átlagos népsűrűség, országok különböző szempont szerinti rangsorai).  <i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.
Valószínűség előzetes becslése, szemléletes fogalma. A kombinatorikus valószínűség szemléletes fogalma.	Különböző élethelyzetek eseményeit vizsgálva az adott feltételeknek eleget tevő összes lehetőség meghatározása és ezen belül az adott szempontok szerinti összes jó lehetőség kiválasztása. Valószínűségi gondolkodás fejlesztése.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Adatsokaság, diagram, módusz, medián, átlag. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély.	

*A fejlesztés várt  
eredményei a  
8. évfolyam végén*

*Gondolkodási és megismerési módszerek*

- Elemek halmazba rendezése több szempont alapján.
- Egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása.
- Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben.
- Kombinatorikai feladatok megoldása az összes eset szisztematikus összeszámlálásával.
- Fagráfok használata feladatmegoldások során.

*Számтан, algebra*

- Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. Az eredmény becslése, ellenőrzése., helyes és értelmes kerekítése.
- Mérés, mértékegység használata, átváltás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.
- A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során.
- A legnagyobb közös osztó kiválasztása az összes osztóból, a legkisebb pozitív közös többszörös kiválasztása a többszörösök közül.
- Prímszám, összetett szám. Prímtényező felbontás.
- Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értéke. Összevonás. Többtagú kifejezés szorzása egytagúval.
- Négyzetre emelés, négyzetgyökvonás, hatványozás pozitív egész kitevők esetén.
- Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen.
- A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában.
- Számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére.

*Összefüggések, függvények, sorozatok*

- Megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint.
- Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is.
- Grafikonok elemzése a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása. Táblázatok adatainak kiolvasása, értelmezése, ábrázolása különböző típusú grafikonon.

*Geometria*

- A tanuló a geometriai ismeretek segítségével képes jó ábrákat készíteni, pontos szerkesztéseket végezni.
- Ismeri a tanult geometriai alakzatok tulajdonságait (háromszögek,

	<p>négyszögek belső és külső szögeinek összege, nevezetesen négyszögek szimmetriatulajdonságai), tudását alkalmazza a feladatok megoldásában.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Tengelyes és középpontos tükrökép, eltolt alakzat képének szerkesztése. Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben (szerkesztés nélkül).</li> <li>– A Pitagorasz-tételt kimondása és alkalmazása számítási feladatokban.</li> <li>– Háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületének, területének számítása feladatokban.</li> <li>– A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb, forgáshenger) térfogatképleteinek ismeretében ki tudja számolni a mindennapjainkban előforduló testek térfogatát, űrmértékét.</li> </ul> <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzése, relatív gyakoriságok kiszámítása.</li> <li>– Konkrét feladatok kapcsán a tanuló érti az esély, a valószínűség fogalmát, felismeri a biztos és a lehetetlen eseményt.</li> <li>– Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban.</li> <li>– Néhány kiemelkedő magyar matematikus nevének ismerete, esetenként kutatási területének, eredményének megnevezése.</li> </ul>
<p><b>A továbbhaladás feltételei 8. évfolyam</b></p>	<p>Konkrét feladatok kapcsán tud megoldani egyszerűbb kombinatorikai feladatokat az összes eset szisztematikus összeszámlálásával, érti az esély, a valószínűség fogalmát, felismeri a biztos és a lehetetlen eseményt. Képes a valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzésére, relatív gyakoriságok kiszámítására.</p> <p>Biztos számolási ismeretekkel rendelkezzen a racionális számkörben. (A műveleti sorrendre, zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása.) Mérés, mértékegység használata, átváltás.</p> <p>Tudjon elvégezni egyszerű műveleteket algebrai egész kifejezésekkel, (többtagú betűkifejezések szorzása, matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában) négyzetre emelést, hatványozást, négyzetgyökvonást pozitív egész kitevők esetén.</p> <p>Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen.</p> <p>Ismerjen adott szabály szerinti sorozatokat, azok alkalmazásait egyszerűbb esetekben.</p> <p>Tudjon grafikonokat elemezni, készíteni. Táblázatok adatait kiolvasni, értelmezni, ábrázolni különböző típusú grafikonon.</p> <p>Ismerje a másodfokú, az abszolútérték, és az arányosságok függvényeit, ábrázolását.</p> <p>Ismeri a tanult geometriai alakzatok tulajdonságait (háromszögek, négyszögek belső és külső szögeinek összege, nevezetesen négyszögek szimmetriatulajdonságai), tudását alkalmazza a feladatok megoldásában.</p> <p>Tudjon tengelyes és középpontos tükröképet, eltolt alakzatot szerkeszteni. Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben (szerkesztés nélkül).</p> <p>Ismerje és tudja alkalmazni a Pitagorasz-tételt.</p> <p>Tudja számolni a háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületét,</p>



	<p>területét.</p> <p>A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb, forgáshenger) térfogatképleteinek ismeretében ki tudja számolni a mindennapjainkban előforduló testek térfogatát, űrmértékét.</p>
--	--

## 9–10. évfolyam

A hat évfolyamos gimnázium második szakaszában a szemlélet alapján, a tevékenységeken, felfedeztetéseken keresztül korábban kialakított fogalmak pontos definiálására, az összefüggések felismerésére, modellek készítésére kell helyezni a fő hangsúlyt. Szükséges a matematika alkalmazási területeinek széles körű bemutatása a matematikán belüli problémák megoldásában, illetve más tudományok segítőjeként való közreműködésben. Ezekben az években erősödik a tanulók önismerete, és megfelelő képességfejlesztéssel és módszertani változatossággal mind több tanulóban kialakulhat a matematika, illetve a természettudomány valamely ága iránti érdeklődés.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. Ezekben az évfolyamokon a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.)

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amelyeket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhöz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyökkel jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is. A számítógép által nyújtott határtalan lehetőségeket képesek legyenek felismerni, és hatékonyan felhasználni. Fontos célkitűzés, hogy a feladatmegoldások közben a számológépet segédeszközként tudják használni.

Ebben az életkori szakaszban már elvárható, hogy a tanulók a leírt szöveget pontosan megértsék, a gondolataikat igyekezzenek szabatosan kifejtteni. A matematikai gondolkodásmód fejlődésével egyre magabiztosabban képesek véleményt nyilvánítani, érvelni, mások gondolatait megérteni.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák.



## 9. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	10 óra
2. Számтан, algebra	32 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	15 óra
4. Geometria	31 óra
5. Valószínűség, statisztika	10 óra
Ellenőrzés, számonkérés	10 óra
Az össz. óraszám	108 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, matematikai logika, kombinatorika	Órakeret 10 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Egyes matematikai szakkifejezések ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Kommunikáció, együttműködés fejlesztése. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfelnevelés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése. Nyitottság és önbizalom kialakítása az új, a kombinatorikus gondolkodás megismeréséhez.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Tétel kimondása, bizonyítása (direkt, indirekt).	Matematikai tartalmú szöveg értése, értelmezése. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának kapcsolata.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése.
Skatulyaelv, logikai szita.	Szétválogatás különböző szempontok szerint, e szempontok egyidejű követése.	
Sorbarendezések, permutáció, faktoriális	Egyszerű sorbarendezési feladatok megoldása	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Tétel, tétel megfordítása, és, vagy matematikai jelentése, permutáció, faktoriális.	
Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra	Órakeret et 32 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Hatványozás és azonosságai, normálalak, zárójelhasználat, műveletek sorrendje, kiemelés, mértékegység-átváltás, négyzetgyök fogalma. Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása.	

	Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelési és –megoldási készség fejlesztése. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. A megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés igényének erősítése. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Hatványozás egész kitevőre, a hatványozás azonosságai	Korábbi ismeretek felidézése	
Műveletek egész algebrai kifejezésekkel, nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^3$ ; $a^3 \pm b^3$ .	Korábbi ismeretek felidézése, módszerekre való emlékezés.	<i>Fizika:</i> mozgások leírása.
Polinom fogalma, adott helyen vett helyettesítési értéke.	Jelek szerepe, alkotása, használata. Különbőféle alakú, de azonos értelmű kifejezések értelmezése, absztrahálás, konkretizálás, általánosítás.	<i>Fizika:</i> helyettesítési érték kiszámítása adott képlet szerint.
Algebrai törtkifejezések értelmezési tartományának meghatározása. Műveletek algebrai törtekkel (összeadás, kivonás, szorzás, osztás).	Analógiás gondolkodás alkalmazása.	<i>Fizika:</i> számítási feladatok elvégzése.
Számrendszerek. Átírás tízes számrendszerből más alapú számrendszerbe. Matematikatörténet: Neumann János.	Számrendszeres gondolkodás, átkódolás másik modellbe.	<i>Informatika:</i> a kettes és a 16-os számrendszer, az adattárolás egységei, gép és ember kapcsolata.
Egyismeretlenes egyenletek megoldása különböző módszerek segítségével: mérlegelv, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány vizsgálat, értékészlet-vizsgálat, grafikus megoldás.	Algoritmusok használata.	<i>Kémia:</i> az oldatok összetételével kapcsolatos számítások: hígítás, töményítés, keverés.  <i>Fizika:</i> egyenletmegoldás a kinematikában és a dinamikában.

Törtes egyenletek.	Ismeretek felidézése, alkalmazása.	
Egy abszolút értéket tartalmazó egyenletek.	Definíciókra való emlékezés.	<i>Fizika:</i> a mérés hibája.
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. Egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	A szöveg matematikai modellezése, az ellenőrzés elvégzése. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata.	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.
Teljes négyzetté alakítás.	Megoldások keresése többféle úton.	
Adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletmegoldási lépések megismerése. Hamis gyök, gyökvesztés vizsgálata.	Diszkussziós igény algebrai feladatokban. Az ellenőrzés fontosságának bemutatása.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények		Órakeret 15 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A függvény fogalmának és elemi tulajdonságainak rendszerezése.	Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés és diagramkészítés táblázatkezelővel.	
Az abszolútérték-függvény: $x \mapsto a \cdot  x + b  + c$ függvény grafikonja, tulajdonságai ( $a \neq 0$ ).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Informatika:</i> átlagos abszolút eltérés függvénye.	
A négyzetgyökfüggvény: $x \mapsto a \cdot \sqrt{x + b} + c$ ( $a \neq 0; x \geq -b$ ) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> a matematikai inga lengésideje.	
A másodfokú függvény	Rendszerezés, kapcsolatok	<i>Fizika:</i> egyenletesen	

$x \mapsto ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ ) ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	felismerése.	gyorsuló mozgás kinematikája. Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata.
	Időtől függő periodikus jelenségek megfigyelése.	<i>Fizika:</i> a harmonikus rezgőmozgás, a hullámmozgás, váltakozó áram és feszültség leírása.
Egyenlet grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése, az eredmények ellenőrzése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
A tanult függvények többlépéses transzformációi: $f(x) + c$ ; $f(x + c)$ ; $c \cdot f(x)$ ; $ f(x) $ ; $f(c \cdot x)$ .	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint. Függvénytranszformációk és geometriai transzformációk kapcsolatának bemutatása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Valós számok részhalmazán értelmezett függvények ábrázolása, vizsgálata.	Az értelmezési tartomány leszűkítése és a függvénytulajdonságok változásának kapcsolata.	<i>Biológia-egészségtan:</i> a biológiai rendszerek térbeli és időbeli változásait leíró grafikonok értelmezése.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Függvénytulajdonság. Függvénytranszformáció. Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 31 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Térelemek. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból.		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A térbeli tájékozódás fejlesztése, tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.		
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
Térelemek távolsága, hajlásszöge.	Szemléletes rajzok készítése.		

(Pont távolsága a síktól, két egyenes távolsága, hajlásszöge, egyenes és sík hajlásszöge, két sík hajlásszöge.)	A feladatban szereplő tárgyak elképzelése, vázlatos rajzok készítése, összevetésük az eredetivel, a modell „jóságának” megítélése, idealizáló absztrakció.	
Ívmérték, középponti szög, kerületi szög.	Átkódolás különböző modellek között. Mérőszám és mértékegység viszonya.	<i>Fizika:</i> körmozgás, harmonikus rezgőmozgás.
A körív hossza, körcikk középponti szöge, területe.	Az egyenes arányosság megállapítása a tapasztalat alapján. A szemlélet alapján felismert összefüggések képletben történő leírása, alkalmazása.	<i>Informatika:</i> adatok szemléltetése kördiagram segítségével.
Vektor fogalma, műveletek vektorokkal		<i>Fizika:</i> lejtőn történő mozgás leírása
Geometriai tanszformációk, tengelyes tükrözés	Pontos, precíz munka elvégzése a szerkesztés során.	ekben.
Tengelyesen szimmetrikus alakzatok a síkban.	Tengelyesen szimmetrikus alakzatok keresése a természetben, művészeti alkotásokban, a közvetlen környezetben Gondolkodás fejlesztése szimmetrián alapuló játékokon keresztül.	<i>Vizuális kultúra:</i> festmények geometriai alakzatai.
Középpontos tükrözés. A transzformáció tulajdonságai, alakzat képének szerkesztése.	Pontos, precíz munka elvégzése a szerkesztés során.	<i>Vizuális kultúra:</i> művészeti alkotások megfigyelése a tanult transzformációk segítségével.
Középpontosan szimmetrikus alakzatok a síkban.	Középpontosan szimmetrikus alakzatok keresése a természetben, művészeti alkotásokban, a közvetlen környezetben (pl. Penrose, Escher, Vasarely). Gondolkodás fejlesztése szimmetrián alapuló játékokon keresztül.	<i>Vizuális kultúra:</i> festmények geometriai alakzatai.
Eltolás a síkban.	Egyszerű alakzatok eltolt képének megszerkesztése.	
Pont körüli forgatás tulajdonságai és szerkesztési eljárások elsajátítása.	Egyszerű geometriai alakzatok adott pont körüli elforgatásának megszerkesztése.	<i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Az egybevágóság szemléletes fogalma, a háromszögek	Geometriai állítások igazolása konkrét feladatokban az	



egybevágóságának esetei.	egybevágóság alapeseteinek felhasználásával.	
Középpontos nagyítás és kicsinyítés szerkesztése konkrét arányokkal. Szakasz arányos osztásának szerkesztése.	A középpontos nagyítás, kicsinyítés felismerése hétköznapi szituációkban.	<i>Földrajz:</i> térképészeti ismeretek.
Húrnégyszögek és érintő-négyszögek definíciója, tételei.	Négyszögek osztályozása, különbözőségek, azonosságok tudatosítása. Szükséges és elégséges feltételek felismerése.	<i>Vizuális kultúra:</i> építészet.
Sokszögek területe.	Korábbi ismeretek alkalmazása.	
	Térképkészítési elvek megértése, a valós viszonyok becslése térkép alapján.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Ívmérték, középponti szög, kerületi szög. Hasonlóság. Húrnégyszög, érintőnégyyszög.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret 10 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás..	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése. Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése, a fogalmak mélyítése. A kritikus gondolkodás, a döntéshozatal képességének fejlesztése.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Statisztikai adatok ábrázolása és értékelése.	Vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram ábrázolása. Rendszerezést segítő eszközök használata (számológép, számítógép). Az adatok kritikus értékelése.	<i>Földrajz:</i> időjárás, éghajlati és gazdasági statisztikák.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).
Szóródási mutatók (terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás) értelmezése, számolása, az adathalmaz értékelése. Osztályba sorolás.	Mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal. Adatok jegyzése, rendezése, osztályba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása. Számológép használata. Következtetések levonása, kapcsolatok vizsgálata.	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés.

	Csoportmunkában való együttműködés.	
A továbbhaladás feltételei 9. évfolyam	<p>Tájékozott a racionális számkörben.</p> <p>Ismeri a részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége fogalmakat.</p> <p>Ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait.</p> <p>Ismeri számok és kifejezések abszolútértékének fogalmát, alkalmazza a számok normál alakját.</p> <p>Biztonsággal használja a másodfokú azonosságokat.</p> <p>Biztonsággal végzi a négy alpművelet egyszerű algebrai kifejezésekkel.</p> <p>Nagy biztonsággal old meg egyszerű törtes egyenleteket, kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszereket.</p> <p>Jól alkalmazza a százalékszámítást gyakorlati feladatokban is.</p> <p>Ismeri a 3-mal és a 9-cel való oszthatóság feltételét.</p> <p>Képe számok prímtényezőkre való bontására.</p> <p>Tájékozott az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, abszolútérték, <math>\frac{a}{x}</math>) tulajdonságaiban.</p> <p>Képes képlettel megadott függvényt értéktáblázat segítségével ábrázolni.</p> <p>Ismeri a speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságait.</p> <p>Ismeri a háromszög nevezetes vonalainak, a háromszög beírt és körülírt körének fogalmát és tulajdonságait.</p> <p>Ismeri a körrel kapcsolatos fogalmakat és az érintő tulajdonságait.</p> <p>Felhasználja az eltolás és a tükrözés tulajdonságait egyszerű feladatokban.</p> <p>Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására.</p> <p>Ismeri a módusz és a medián fogalmát.</p> <p>Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait</p>	

## 10. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	15 óra
2. Számтан, algebra	50 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	10 óra
4. Geometria	44 óra
5. Valószínűség, statisztika	13 óra
Ellenőrzés, számonkérés	14 óra
Az össz. óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, matematikai logika, kombinatorika	Órakeret 15 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Egyes matematikai szakkifejezések ismerete. Sorbarendezés, kiválasztás. Permutáció, faktoriális.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Kommunikáció, együttműködés fejlesztése. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése. Nyitottság és önbizalom kialakítása az új, a kombinatorikus gondolkodás megismeréséhez.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Elemek sorbarendezése, permutáció	A tanultak felidézése	
Variáció (ismétlés nélküli és ismétléses). Kombináció (ismétlés nélküli). Binomiális együttható jelentése, kiszámítása. <i>Matematikatörténet: Pascal.</i>	Szöveg matematikai nyelvre fordítása, kombinatorikus modell készítése, kombinatorikus gondolkodás. Esetfelsorolás, érvelés, a szempontok és a feltételek állandósága, illetve változtatása. A problémához leginkább illő megoldási mód kiválasztása. A szakszerű, szabatos indoklás megkövetelése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: feladatok a családban, munkamegosztás lehetősége a családon belül.</i>  <i>Magyar nyelv és irodalom: periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.</i>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Variáció, kombináció, binomiális együttható.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra		Órakeret 50 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Hatványozás és azonosságai, normálalak, zárójelhasználat, műveletek sorrendje, kiemelés, nevezetes azonosságok, mértékegység-átváltás, négyzetgyök fogalma. Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése, teljes négyzetté alakítás.		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelési és –megoldási készség fejlesztése. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. A megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés igényének erősítése. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Négyzetgyök fogalma, értelmezése	A tanultak felidézése		
Négyzetgyökös betűkifejezések értelmezési tartományának vizsgálata. Négyzetgyökvonás azonosságai. Algebrai átalakítások négyzetgyököt tartalmazó kifejezésekkel.	Kifejezések egyszerűbb alakra hozása, algoritmusok alkalmazása, megfordítása.	<i>Fizika:</i> négyzetgyökkel felírt képletek használata (fonálinga, rezgésidő).	
Az $n$ -edik gyök fogalma és azonosságai.	Fogalmak módosulása újabb tapasztalatok, ismeretek szerint; egy-egy fogalom újabb fogalommá bővítése. Számológép használata.	<i>Fizika:</i> atomfizika (bomlástörvény, aktivitás).	
Egy és két abszolút értéket tartalmazó egyenletek.	Definíciókra való emlékezés.	<i>Fizika:</i> a mérés hibája.	
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása új ismeretlen bevezetésével. Egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	A szöveg matematikai modellezése, az ellenőrzés elvégzése. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata.	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.	
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.	A megoldóképlet készségszintű használata. Algoritmus keresése, általánosítás. A megismert gondolatmenet	<i>Fizika:</i> gyorsuló mozgás.	

	panelként való felhasználása. Számológép használata.	
Diszkrimináns fogalma, vizsgálata.	Diskusszió.	
A gyöktényezős alak, másodfokú polinom szorzattá alakítása, törtekfejezések egyszerűsítése.	Egyszerűsítő eljárások kifejlesztése: új ismeretlen bevezetése, szorzattá alakítás.	
Gyökök és együtthatók közötti összefüggések.	A gyöktényezős alak és az együtthatók közötti kapcsolat megfigyelése, megértése.	
Másodfokúra visszavezethető egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. Matematikatörténet: magasabb fokú egyenletek megoldhatósága.	Ismeretek felidézése, alkalmazása.	
Másodfokú egyenletre vezető szöveges feladatok.	Modellalkotás, a megoldás szövegben történő ellenőrzése, összevetése a valósággal.	
Másodfokú egyenlőtlenség.	A másodfokú függvény eszközzel alkalmazása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Szélsőérték feladatok megoldása teljes négyzetre alakítással.	Szöveges feladatokban előforduló maximum-minimum helyek és értékek megállapításához szükséges eljárás kidolgozása, megértése.	<i>Fizika:</i> mozgások.  <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egy választott probléma megoldásának a folyamata szükséglet, illetve igény szerint.
Számítási közép és mértani közép definíciója.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak számítása, a változás leírása, a nagyságrendi viszonyok megfigyelése. A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (algebra és geometria).	<i>Informatika:</i> beépített átlagfüggvények.
Összefüggés két pozitív szám számítási és mértani közepe között.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak számítása, a változás leírása, a nagyságrendi viszonyok megfigyelése. A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (algebra és geometria).	<i>Informatika:</i> beépített átlagfüggvények.

Négyzetgyökös egyenletek megoldása grafikus és algebrai úton. (Egy-két négyzetre emeléssel megoldható egyenletek.)	Az algebrai és grafikus módszerek együttes alkalmazása.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás.
Másodfokú egyenletrendszerek. Másodfokú egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	Eljárásokra, módszerekre való emlékezés. A korábban megismert eljárások, módszerek panelként való felhasználása.	<i>Fizika:</i> ütközések.
Egyszerű trigonometrikus egyenletek ( $k \cdot f(c \cdot x) = d$ ).	Periodikus jelenségek felismerése a mindennapokban.	<i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Első és másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép. Trigonometrikus egyenlet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények		Órakeret 10 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolútérték-függvény, másodfokú függvény ismerete.		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.		
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
A függvény fogalmának és elemi tulajdonságainak rendszerezése. Új függvénytulajdonságok: periodicitás, paritás, korlátosság.	Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés és diagramkészítés táblázatkezelővel.	
Az abszolútérték-függvény: $x \mapsto a \cdot  x+b  + c$ függvény grafikonja, tulajdonságai ( $a \neq 0$ ).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Informatika:</i> átlagos abszolút eltérés függvénye.	
A négyzetgyökfüggvény: $x \mapsto a \cdot \sqrt{x+b} + c$ ( $a \neq 0; x \geq -b$ ) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> a matematikai inga lengésideje.	
A másodfokú függvény $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ ) ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk	Rendszerezés, kapcsolatok felismerése.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Informatika:</i> tantárgyi	

áttekintése az $x \mapsto a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.		szimulációs programok használata.
A trigonometrikus alapfüggvények ( $x \mapsto \sin x$ ; $x \mapsto \cos x$ ; $x \mapsto \operatorname{tg} x$ ) ábrázolása, jellemzése.	Időtől függő periodikus jelenségek megfigyelése.	<i>Fizika:</i> a harmonikus rezgőmozgás, a hullámmozgás, váltakozó áram és feszültség leírása.
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése, az eredmények ellenőrzése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Valós számok részhalmazán értelmezett függvények ábrázolása, vizsgálata.	Az értelmezési tartomány leszűkítése és a függvénytulajdonságok változásának kapcsolata.	<i>Biológia-egészségtan:</i> a biológiai rendszerek térbeli és időbeli változásait leíró grafikonok értelmezése.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Függvénytulajdonság. Függvénytranszformáció. Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 40 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Gömb, hasáb, henger és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete.		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A térbeli tájékozódás fejlesztése, tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.		
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
A kör. A kör részei. Középponti szög, kerületi szög, érintő	A tanultak felidézése		
Kerületi és középponti szögek tételei.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak lejegyzése, következtetések levonása.		
Középpontos hasonlóság és	Geometriai modell készítése.	<i>Fizika:</i> lejtőn történő	

<p>tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció és tulajdonságai. Transzformációk szorzatának szerkesztése. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. Szakasz arányos osztása.</p>	<p>Geometriai transzformációkban megfigyelt megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése, tudatosítása. Diszkusszió végzése.</p>	<p>mozgás leírása során hasonló háromszögek keresése.</p> <p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, az aranymetszés felismerése a természetben és a művészetekben.</p>
<p>Arányossági tételek a háromszögben (befogótétel, magasságtétel, szögfelezőtétel). Mértani közép szerkesztése.</p>	<p>A megoldott probléma főbb lépéseinek leírása és az indoklást igénylő problémák egyes lépéseinek szabatos megfogalmazása. A Thalész-tétel felidézése.</p>	
<p>Vektorműveletek, vektorfelbontások rendszerezése. Bázisvektorok, bázisrendszer. Vektorok koordinátái. Vektor hossza. Helyvektorok, szabadvektorok.</p>	<p>Rajzolt és tárgyi jelek értelmezése. Ugyanannak a problémának többféle megoldási vetülete. Átkódolás különböző modellek között.</p>	<p><i>Fizika:</i> vektormennyiségek (pl. erő, sebesség, térerősség).</p>
<p>Hegyesszögek szögfüggvényei. Nevezetes hegyesszögek szögfüggvény-értékeinek kiszámítása. Szögfüggvények közötti összefüggések. Emelkedési szög, depressziószög.</p>	<p>Távolságok, szögek kiszámítása síkban és térben. Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. A valós problémák matematikai modelljének megalkotása, a problémák önálló, illetve csoportban való megoldása. Térszemlélet fejlesztése.</p>	<p><i>Fizika:</i> lejtőn lecsúszó testre ható erők számítása.</p>
<p>Egységkör. Forgásszögek szögfüggvényeinek értelmezése.</p>	<p>Régebbi ismeretek mozgósítása, felhasználása új helyzetben. Időtől függő periodikus jelenségek. Permanencia-elv.</p>	<p><i>Fizika:</i> a harmonikus rezgőmozgás, a hullámmozgás leírása.</p>
<p>Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.</p>	<p>A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.</p>	



A háromszög területének többféle kiszámítása (oldal és hozzá tartozó magasság, két oldal és a közbezárt szög, három oldal, beírható kör sugara és a félkerület segítségével).	A mennyiség és a mérőszám kapcsolatának megértése, alkalmazása. Az újabb esetekre való alkalmazhatóság felismerése.	<i>Fizika:</i> grafikonok alatti terület a lendületváltozás, a végzett munka kiszámításakor.
Sokszögek területe.	Korábbi ismeretek alkalmazása.	
Hasonló síkidomok kerületének és területének aránya.	Térképkészítési elvek megértése, a valós viszonyok becslése térkép alapján.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Hasonlóság. Húrnégyszög, érintőnégyyszög. Bázisvektor, bázisrendszer. Vektorkoordináták. Hegyesszög és forgásszög szögfüggvényei.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret 15 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás. Adatsokaság, diagram, módusz, medián, átlag..	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése. Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése, a fogalmak mélyítése. A kritikus gondolkodás, a döntéshozatal képességének fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Szóródási mutatók (terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás) értelmezése, számolása, az adathalmaz értékelése. Osztályba sorolás.</p>	<p>Mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal. Adatok jegyzése, rendezése, osztályba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása. Számológép használata. Következtetések levonása, kapcsolatok vizsgálata. Csoportmunkában való együttműködés.</p>	<p><i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés.</p>
<p>Esemény, eseménytér, biztos esemény, lehetetlen esemény. Komplementer esemény.</p>	<p>Az események és a halmazok közötti kapcsolatok.</p>	
<p>Műveletek eseményekkel.</p>	<p>Kétváltozós műveletek értelmezése. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.</p>	
<p>A relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.</p>	<p>Lényeges és lényegtelen információk szétválasztása.</p>	
<p>A valószínűség szemléletes fogalma, kiszámítása. Klasszikus valószínűségi mező.</p>	<p>Két állítás megítélése abból a szempontból, hogy függetlenek-e.</p>	<p><i>Biológia-egészségtan:</i> genetikában az egymástól függő vagy független tulajdonságok öröklődése.</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Szóródási mutatók. Esemény. Valószínűség.</p>	

**A fejlesztés várt  
eredményei a két  
évfolyamos ciklus  
végén**

*Gondolkodási és megismerési módszerek*

- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során.
- Kiválasztási és sorbarendezési feladatok megoldása szisztematikus összeszámlálással. A megoldás gondolatmenetének rögzítése írásban
- A gráfokról tanult ismereteiket alkalmazása gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.
- Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.

*Számelmélet, algebra*

- Biztos műveletvégzés a racionális számkörben.
- A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak használata átalakítások során.
- Polinom fogalmának ismerete. Algebrai törtkifejezések átalakítása, négyzetgyökös kifejezések értelmezési tartományának meghatározása.
- Egyismeretlenes törtes egyenletek, másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási módszereinek ismerete, alkalmazása. Szöveges és gyakorlati feladatokban a helyes modell megtalálása, a felírt egyenlet, egyenletrendszer megoldása, és a kapott megoldás ellenőrzése.
- A másodfokú egyenlet diszkriminánsának vizsgálata. A gyökök és együtthatók közötti összefüggés, a gyöktényező alak alkalmazása.
- Egyszerűsítő eljárások alkalmazása speciális magasabbfokú egyenletek megoldásánál (új ismeretlen bevezetése, szorzattá alakítás).
- Másodfokúra vezető szélsőérték-problémák megoldása teljes négyzetté alakítással.
- Egy-két négyzetre emeléssel megoldható négyzetgyökös egyenletek megoldása. Az ekvivalens egyenletmegoldási lépés felismerése. A hamis gyök felismerése, a gyökvesztés lehetőségének kizárása.
- A grafikus egyenletmegoldási módszer ismerete, és alkalmazása.
- Egyszerű trigonometrikus egyenletek  $[k \cdot f(c \cdot x) = d]$  megoldása. A megoldások számának vizsgálata.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére

*Függvények*

- A függvényfogalom mélyülése új ismeretek során. Új

függvényjellemzők ismerete.

- A négyzetgyök függvény, trigonometrikus alapfüggvények ( $x \mapsto \sin x$ ;  $x \mapsto \cos x$ ;  $x \mapsto \operatorname{tg} x$ ) ábrázolása, jellemzése.
- Többlépéses függvénytranszformációk elvégzése:  
 $f(x) + c$ ;  $f(x + c)$ ;  $c \cdot f(x)$ ;  $|f(x)|$ ;  $f(c \cdot x)$ .
- Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

### *Geometria*

- Térelemek ismerete, távolság és szög fogalma, mérése.
- A kör és részeinek ismerete.
- Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnégyzetek tételei).
- A hasonlóság szemléletes tartalmának ismerete. A hasonlósági transzformáció ismerete. A háromszög hasonlósági alapeseteinek ismerete, alkalmazása egyszerű esetekben. A háromszög súlyvonalai, súlypontja. A háromszögre vonatkozó arányossági tételek alkalmazása. Hasonló síkidomok területének aránya.
- Bázisvektorok, bázisrendszer fogalmának ismerete a vektor-koordináták megadásánál. Vektor hosszának kiszámítása.
- Hegyesszögek, forgásszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel háromszögben. A szögfüggvények ismeretének felhasználása gyakorlati problémák megoldásánál. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakítása, a jellemzők kiszámítása képlet alapján: a háromszög területének többféle kiszámítási módjának alkalmazása, sokszögek területe.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diskussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

### *Valószínűség, statisztika*

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának meghatározása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A

	<p>műveletek elvégzése az eseménytérben.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.</li> <li>– A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.</li> <li>– A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődjön. A tanulók képesek legyenek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni,</li> <li>– – A szisztematikus esetszámlálással egy adott esemény bekövetkezésének esélyét tudják meghatározni.</li> </ul>
<p><b>A továbbhaladás feltételei 10. évfolyam</b></p>	<p>Különbséget tesz kimondott és bebizonyított összefüggések között. Meg tud oldani egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatokat konkrét elemszám esetén.</p> <p>Tájékozott a valós számok halmazának felépítésében</p> <p>Biztonsággal alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.</p> <p>Ismeri két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát.</p> <p>Gyakorlata van másodfokú egyenletre vezető egyszerű szöveges feladatok megoldásában.</p> <p>Alapszinten képes egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldására és a megoldások ellenőrzésére.</p> <p>Pontosan tudja a szögfüggvények definícióját.</p> <p>Érti a hasonlóság szemléletes tartalmát.</p> <p>Felismeri a hasonlóság lehetőségét egyszerű gyakorlati feladatokban.</p> <p>Ismeri a háromszög hasonlósági alapeseteit ismerete, és alkalmazza egyszerű esetekben.</p> <p>Ismeri a háromszög súlyvonalának és súlypontjának fogalmát.</p> <p>Ki tudja számolni hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának arányát.</p> <p>Jól alkalmazza a Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség fogalmát feladatokban.</p> <p><b>A továbbhaladás feltételei ellenőrzésének része a májusi „kisérettségi” évfolyamdolgozat.</b></p>

## 11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsék gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

## 11. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	12 óra
2. Számтан, algebra	48 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	20 óra
4. Geometria	32 óra
5. Valószínűség, statisztika	18 óra
Ellenőrzés, számonkérés	14 óra
Az össz óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 12 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Sorbarendezi, leszámllási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet: Erdős Pál.</i>	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása  <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet: Euler.</i>	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	

<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.
------------------------------------	--

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>		<b>Órakeret 48 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Négyzetgyök fogalma, azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).		
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
n-edik gyök fogalma, azonosságai. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.		
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.		
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.		
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.  <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.	
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i>	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés.	



A logaritmussal való számolás szerepe a Kepler-törvények felfedezésében.		<i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmosus egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Összefüggések, függvények, sorozatok</b>	<b>Órakeret 20 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alap gondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$ , $f(x+c)$ ; $cf(x)$ ; $f(cx)$ .	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.

Az exponenciális függvények.	Permanenciaelv alkalmazása.	
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.  <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek;</i> <i>földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.		
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Színuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 32 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek kiszámítása a szögfüggvények segítségével. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése,	

alkalmazása.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre.  <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusz és koszinusz között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusz, illetve koszinusz között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.	A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	<i>Fizika:</i> mechanikai munka, mágneses fluxus.
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	<i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög	Képletek értelmezése, alkalmazása.	<i>Fizika:</i> hely megadása.

súlypontjának koordinátái.		
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Iránytangens és az egyenes meredeksége.		<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Pontthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő pontthalmaz.	

<b>Tematikai egység/</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret</b>
--------------------------	-------------------------------------	-----------------

<b>Fejlesztési cél</b>		<b>18 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Ismétlés, rendszerezés: eseményekkel végzett műveletek; példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre; elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.
A valószínűség klasszikus modellje. <i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolata.	
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	<i>Fizika:</i> az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén, a binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell.	

<b>A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén</b>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.</li> <li>– A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásban.</li> <li>– Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.</li> <li>– Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.</li> <li>– A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése,</li> </ul>
--	---

rendezése problémamegoldás céljából.

- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.
- A tanuló a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani.
- A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is.

#### *Számтан, algebra*

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.
- Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.
- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

#### *Összefüggések, függvények, sorozatok*

- Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.
- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.
- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.
- Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.

#### *Geometria*

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság és szög kiszámítása.
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

#### **Valószínűség, statisztika**

- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.

<p><b>A továbbhaladás feltételei 11. évfolyam</b></p>	<p>Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.  Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.  Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.  Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.  Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmosos és trigonometrikus egyenleteket.  Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.  Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).  Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.  Képes vektorok koordinátaival számolni.  Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.  Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.  Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.  Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.  Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.  Képes egyszerű valószínűségi feladatok megoldására.</p>
---	--

## 12. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	10 óra
2. Számтан, algebra	–
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	22 óra
4. Geometria	26 óra
5. Valószínűség, statisztika	18 óra
Ellenőrzés, számonkérés	44 óra
Az össz. óraszám	120 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 10 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Az „és”, „vagy”, „nem”, „ha ..., akkor”, „akkor és csak akkor” szemléletes jelentése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A logikai műveletek megfelelő használata a hétköznapi életben és a matematikában.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”, „akkor és csak akkor” .	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Kijelentés fogalma, műveletek kijelentésekkel: konjunkció, diszjunkció, negáció, implikáció, ekvivalencia. Logikai műveletek igazságtáblázatai, egyszerű azonosságok.	Az ismeretek rendszerezése: a matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (halmazok – kijelentések – események).	<i>Fizika:</i> logikai áramkörök, kapcsolási rajzok



A logikai műveletek változatos alkalmazásai feladatokban.		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Logikai művelet. Igazságtáblázat.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>		<b>Órakeret 0 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>			
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>			
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
Lásd a Rendszerező összefoglalásnál.			
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>			

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Összefüggések, függvények, sorozatok</b>		<b>Órakeret 22 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Függvénytani alapfogalmak.		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Ismerethordozók használata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.		
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.	
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.		
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény	<i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.	

	összehasonlítása.	
Kamatoskamat-számítás.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	<i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.  <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 26 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása.		
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.	
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengersizű, kúpszerű testek, poliéderek).	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program).  <i>Kémia:</i> kristályok.	
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program).	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Terület, felszín, térfogat.		

<b>fogalmak</b>	
-----------------	--

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>		<b>Órakeret 18 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A valószínűség klasszikus modellje.		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Statisztikai mérőszámok. Következtetések a statisztikai mutatók alapján. A valószínűség geometriai modellje.		
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
Egyszerű példák a valószínűség kiszámításának geometriai modelljére.	Modellalkotás; megfelelő valószínűségi modell hétköznapi problémákra, jelenségekre.		
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Szórás.		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>Rendszerező összefoglalás</b>		<b>Órakeret 44 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A középiskolai matematika anyaga.		
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.		
<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>	
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>			
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).		

Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	<i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.  <i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	<i>Filozófia:</i> szillogizmusok.
Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	
<i>Számтан, algebra</i>		
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték,	<i>Technika, életvitel és</i>

	becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>gyakorlat:</i> alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata</i>
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlettípusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása.	
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i>		
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét	

	feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$ , $f(x+c)$ ; $cf(x)$ ; $f(cx)$ . Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	
	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	<i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
<i>Geometria</i>		
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	
Háromszögre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	
Négyszögre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	

különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.		
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.		
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.		
Vektorok alkalmazásai.		
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	
<i>Valószínűség-számítás, statisztika</i>		
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.
<b>Kulcsfogalmak/</b>	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz,	

<b>fogalmak</b>	igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.
-----------------	---

<b>A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végén</b>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A logikai műveletek megfelelő alkalmazása a matematikában és a hétköznapi életben.</li> <li>– Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.</li> <li>– Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.</li> <li>– A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.</li> <li>– A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.</li> </ul> <p><i>Számтан, algebra</i></p> <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.</li> </ul> <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.</li> <li>– A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.</li> <li>– Kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása speciális síkidomok és testek esetében.</li> </ul> <p><b>Valószínűség, statisztika</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.</li> <li>– A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.</li> <li>– Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.</li> </ul> <p><i>Összességében</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.</li> <li>– Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.</li> <li>– Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.</li> <li>– Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.</li> <li>– Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok</li> </ul>
--	---



	<p>megoldásához célszerű ábrákat készíteni.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.</li> <li>– A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.</li> <li>– A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.</li> <li>– A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.</li> </ul>
<p><b>A továbbhaladás feltételei 12. évfolyam</b></p>	<p>Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.  Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.  Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.  Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.  Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.  Különbséget tud tenni definíció és tétel között.  Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.  Tud egyszerű kombinatorikai feladatokat megoldani.  Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.  Tud prímtényezőszorzatra bontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.  Ismeri a való számkör felépítését.  Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.  Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.  Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.  Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.  Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.  Képes nagyon egyszerű abszolútértékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.  Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.  Képes jellemezni grafikonnal megadott egyszerű függvényeket.  Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.  Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.  Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.  Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.  Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.  Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.  Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket egyszerű feladatokban.</p>

	<p>Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.</p> <p>Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.</p> <p>Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.</p> <p>Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.</p> <p>Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.</p> <p>Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.</p> <p>Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.</p> <p>Egyszerű feladatokban jól alkalmazza a klasszikus valószínűség-számítási modellt.</p> <p><b>A továbbhaladás feltételei ellenőrzésének része az áprilisi „kisérettségi” évfolyamdolgozat.</b></p>
--	--